

Pola skalarne z potencjałem w kształcie litery V

Jest to projekt badawczy z wieloma odnogami, zainicjowany w roku 2001 i nadal kontynuowany. Po wygłoszeniu popularyzatorskiego wykładu z pokazami dla uczniów szkół średnich o spontanicznym łamaniu symetrii, pomyślałem że jako teoretyk powinienem podać opis teoretyczny jednego z pokazanych eksperymentów. Chodziło o solitony topologiczne demonstrowane na własnoręcznie zbudowanym przyrządzie. Postanowiłem obliczyć profil takiego solitonu. Przyrząd miał długość około 150 cm, a soliton mieścił się na tym odcinku w całości – w przeciwieństwie do większości solitonów, nie miał eksponencjalnego ogona. Był to tzw. kompakton. Obliczenia okazały się na tyle interesujące, że napisałem artykuł, który przesłałem do arXiv w styczniu r. 2002 [1]. Wkrótce potem stało się jasne, że mam do czynienia z nową, interesującą klasą modeli teoriopolowych z polami skalarnymi. Razem z magistrantami, doktorantami i kolegami (P. Klimas, J. Lis, T. Tyranowski, dr Z. Świerczyński, dr hab. J. Karkowski) badaliśmy, m. in., ów kompakton, rozwiązania samopodobne, oscylony, solitony nietopologiczne (*Q-balls*), oraz siły działające na cząstki oddziałujące z tymi polami. W szczególności wykazaliśmy, że siła z jaką cząstki wzajemnie oddziałują na siebie jest dokładnie równa zero jeśli nie są one zbyt blisko siebie. W tym sensie, pole skalarne jest ultramasywne. Nasze wyniki przedstawiliśmy w około dwudziestu pracach. Obecnie badania te kontynuuje dr Paweł Klimas ze współpracownikami, ja zaś większość czasu poświęcam polom Majorany. Niemniej jednak, chciałbym jeszcze zająć się zastosowaniami tych pól w fizyce cząstek i fizyce jądrowej – spodziewam się tu interesujących wyników. Myślę też o problemie skonstruowania teorii kwantowej pól skalarnych tego typu.

Rozważane przez nas rzeczywiste pole skalarne spełnia równanie signum-Gordona

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi(x) + \lambda \operatorname{sign}(\phi(x)) = 0, \quad (1)$$

gdzie $\partial_\mu \partial^\mu = \partial_0 \partial_0 - \partial_k \partial_k$, $k = 1, 2, 3$. Stała sprzężenia λ ma wymiar cm^{-3} w naturalnym układzie jednostek. Przyjmujemy, że

$\text{sign}(0) = 0$. Równanie (1) ma interesujące rozwiązania oscylonowe, zob. np. [2], [3], oraz nietrywialne rozwiązania samopodobne, zob. np. [4], [5]. Człon $\text{sign}(\phi(x))$ w równaniu (1) daje niezwykle efekty fizyczne. Na przykład, pole ϕ zupełnie zanika (jest równe 0) w skończonej odległości od jego źródła [6]. Zatem źródło to jest niewidoczne dla oddalonych obserwatorów.

W wypadku zespolonego pola skalarnego Φ rozpatrujemy równanie

$$\partial_\mu \partial^\mu \Phi(x) + \lambda \frac{\Phi(x)}{|\Phi(x)|} = 0, \quad (2)$$

przy czym przyjmujemy, że dla $\Phi = 0$ mamy $\Phi/|\Phi| = 0$. Wśród jego rozwiązań znajdujemy całą gamę solitonów nietopologicznych (*Q-balls*), zob. np. [7], [8].

Przykładem potencjału w kształcie litery V dla rzeczywistego pola skalarnego ϕ jest $U(\phi) = \lambda|\phi|$. Równanie signum-Gordona (1) otrzymujemy wybierając funkcjonal działania postaci

$$S[\phi] = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - U(\phi) \right). \quad (3)$$

W wyprowadzeniu równania Eulera-Lagrange'a (E-L) z działania (3) pojawia się pytanie o definicję pochodnej wariacyjnej $\delta|\phi|/\delta\phi$ w otoczeniu pola zerowego $\phi = 0$. Wybieramy podejście pragmatyczne: problem omijamy regularyzując $|\phi|$,

$$|\phi(x)| \rightarrow \sqrt{\epsilon + \phi^2(x)},$$

gdzie ϵ jest dodatnią stałą o wymiarze cm^{-2} w naturalnym układzie jednostek. Granicę $\epsilon \rightarrow 0+$ wykonujemy dopiero w równaniu E-L. Funkcja signum pojawia się w równaniu (1) jako granica,

$$\text{sign}(\phi(x)) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0+} \phi(x) / \sqrt{\epsilon + \phi^2(x)}.$$

Na zakończenie dodajmy, że rozważamy tzw. słabe rozwiązania równań (1) lub (2), bo właśnie tego typu rozwiązania są właściwe dla równań wynikających z zasad wariacyjnych. $\phi_0(x)$ jest rozwiązaniem równania (1) w sensie słabym jeśli

$$\int d^4x (\phi_0(x) \partial_\mu \partial^\mu f(x) + \lambda \operatorname{sign}(\phi_0(x)) f(x)) = 0 \quad (4)$$

dla dowolnej funkcji próbnej $f(x)$ należącej do tej klasy funkcji próbnych, która jest użyta do wyprowadzenia równań E-L. Przykładem słabego rozwiązania równania (1) jest funkcja $\phi_0(x) = \lambda(x^1)^2/2$, gdzie x^1 oznacza współrzędną kartezjańską. Lewa strona równania (1) znika wszędzie za wyjątkiem hiperpłaszczyzny $x^1 = 0$ (x^0, x^2, x^3 – dowolne), na której ma skończoną wartość równą $-\lambda$. Niemniej jednak, warunek (4) jest spełniony. W fizyce najczęściej rozważane są tzw. rozwiązania klasyczne, dla których lewe strony równań znikają we wszystkich punktach czasoprzestrzeni. W wypadku równań (1), (2) z nieciągłą lewą stroną zawężenie się do rozwiązań klasycznych jest nieuzasadnione.

Literatura

- [1] H. Arodź, *Topological compactons*, Acta Phys. Polon. B **33**, 1241 (2002). arXiv:nlin/0201001.
- [2] H. A., P. Klimas i T. Tyranowski, *Compact oscillons in the signum-Gordon model*, Phys. Rev. D **77**, 047701 (2008). arXiv:0710.2244.
- [3] H. A., Z. Świerczyński, *Swaying oscillons in the signum-Gordon model*, Phys. Rev. D **84**, 067701 (2011). arXiv:1106.3169.

- [4] H. A., P. Klimas i T. Tyranowski, *Scaling, self-similar solutions and shock waves for V-shaped field potentials*, Phys. Rev. E **73**, 046609 (2006). arXiv:hep-th/0511022.
- [5] H. A., P. Klimas i T. Tyranowski, *Signum-Gordon wave equation and its self-similar solutions*, Acta Phys. Polon. B **38**, 3099 (2007). arXiv:hep-th/0701148.
- [6] H. A., J. Karkowski i Z. Świerczyński, *Total screening and finite range forces from ultra-massive scalar fields*, Phys. Rev. D **87**, 125004 (2013). arXiv:1304.3228.
- [7] H. A., J. Lis, *Compact Q-balls in the complex signum-Gordon model*, Phys. Rev. D **77**, 107702 (2008). arXiv:0803.1566.
- [8] H. A., J. Lis, *Compact Q-balls and Q-shells in a scalar electrodynamics*, Phys. Rev. D **79**, 045002 (2009). arXiv:0812.3284.