

Relatywistyczna mechanika kwantowa cząstki Majorany oraz pole Majorany

Ten projekt badawczy wyłonił się podczas prac nad podręcznikiem *“Lectures on Classical and Quantum Theory of Fields”*. Pisząc o polu Majorany, nie potrafiłem znaleźć w literaturze lagranżianu dla tego pola w wypadku gdy jest ono spinorem z komutującymi składowymi (takie pole nazywam klasycznym). Gdy składowe nie są liczbami lecz antykomutującymi elementami grassmannowskimi (pole pseudoklasyczne), lagranżian jest dobrze znany. W wypadku pola Diraca, lagranżiany są znane dla obu wersji. Próbując skonstruować lagranżian założyłem, że jest on kwadratową funkcją klasycznego pola Majorany i że jest on lokalny. Szybko i łatwo doszedłem do wniosku, że taki lagranżian nie istnieje. Dowodu nie zamieściłem w podręczniku, natomiast zadałem go jako ćwiczenie na końcu rozdziału, nie podając żadnych wskazówek jak go przeprowadzić. Kilka lat później poproszono nas o przygotowanie drugiego wydania. Moje notatki dotyczące lagranżianu dla pola Majorany niestety gdzieś się zapodziały. Zacząłem więc rozwiązywać owo ćwiczenie. Ku mojemu zaskoczeniu, znalazłem prosty lagrangian w wypadku pola bezmasowego. Zagubiony dowód miał lukę! Dla pola z niezerową masą lokalnego lagranżianu jednak nie znalazłem.

Perypetie z lagranżianem spowodowały, że zainteresowałem się klasycznym polem Majorany $\psi(x)$. Obok zagadki brakującego lagranżianu dla masywnego pola Majorany, ciekawiło mnie kwantowanie tego pola. W przypadku bezmasowym można było zastosować standardowe kwantowanie kanoniczne, bo lagranżian był znany. Niestety, człon masowy można było dodać (do hamiltonianu) dopiero po kwantowaniu, gdy pole było już antykomutującym operatorem. Była to procedura w gruncie rzeczy niewiele się różniąca od wprowadzenia antykomutujących składowych pola pseudoklasycznego, czego chciałem uniknąć. Zatem w wypadku klasycznego pola masywnego nie miałem ani lagranżianu ani zadowalającego sposobu

kwantowania. Dreptanie w miejscu trwało kilkanaście miesięcy. Wysiłki kontynuowałem, bo byłem ciekaw rozwiązania. Przecież pole Majorany jest podstawowym polem fermionowym – pole Diraca to zestaw dwu pól Majorany.

Fizyka jest równie prosta jak otwieranie zamka kluczem. Trzeba tylko znaleźć właściwy klucz. Rolę klucza spełnił tzw. pęd aksjalny – nowa obserwacja w mechanice kwantowej cząstki Majorany, zastępująca tradycyjny operator pędu $\hat{p} = -i\nabla$. Ponieważ stany tej cząstki są reprezentowane przez spinor o czterech rzeczywistych składowych, operator $\hat{p}$ jest bezużyteczny, bo wprowadza czynnik i . Pęd aksjalny jest dany wzorem $\hat{p}_5 = -i\gamma_5\nabla$, gdzie macierz γ_5 jest czysto urojona. Jest on hermitowski i działając na spinor rzeczywisty daje spinor rzeczywisty. Jego własności opisałem w dwu pracach [1], [2]. Elementarne wprowadzenie do relatywistycznej mechaniki kwantowej cząstki Majorany, a także szczegółowy opis przypadku cząstki bezmasowej można znaleźć w artykule [3]. Jest to wykład wygłoszony podczas LIX Szkoły Fizyki Teoretycznej w Zakopanem w czerwcu r. 2019. W artykule tym pokazuję, że teorie bezmasowej i masywnej cząstki Majorany bardzo się różnią. W przypadku bezmasowym występują specyficzne lokalne, fermionowe transformacje cechowania, całkiem inne niż dla pól wektorowych.

W pracy [2] ze Zdobkiem Świerczyńskim podaliśmy jawną postać reprezentacji grupy Poincarégo występującej w relatywistycznej mechanice kwantowej masywnej cząstki Majorany. Korzystaliśmy przy tym z rozwinięcia na funkcje własne pędu aksjalnego. Postać końcowych wzorów wyraźnie wskazuje od czego należy zacząć kwantowanie klasycznego pola Majorany. Przeprowadziłem je w pracy [4]. Przy postulowaniu relacji antykomutacji kierowałem się algebrą generatorów grupy Poincarégo, a nie formalizmem

kanonicznym. Wszystko poszło gładko. Interesującym aspektem kwantowania w bazie funkcji własnych pędu aksjalnego jest to, że prowadzi ono bezpośrednio do pewnych operatorów hermitowskich, analogicznych do tzw. bazy Majorany, znanej z teorii faz skondensowanych. Operatory kreacji i anihilacji cząstki są konstruowane dopiero w następnym kroku.

Rozwinięcie na funkcje własne pędu aksjalnego okazało się pomocne także w rozwiązaniu zagadki brakującego lagranżianu dla masywnego klasycznego pola Majorany – równania ewolucji czasowej dla współczynników w tym rozwinięciu są typu lagranżowskiego. Udało się więc lagranżian znaleźć, ale jest on nielokalny gdy wyrazić go przez pole Majorany $\psi(x)$. Co gorsza, nie jest on niezmienny względem transformacji Lorentza, mimo że prawidłowo daje równanie Diraca dla $\psi(x)$. Niespodziewanie zawikłanej kwestii lagranżianu dla masywnego klasycznego pola Majorany poświęcona będzie następna praca, [5].

Literatura

- [1] H. A., *Axial momentum for the relativistic Majorana particle*, Phys. Lett. A 383, 1242 (2019) (arXiv:1805.03016).
- [2] H. A., Z. Świerczyński, *On relativistic quantum mechanics of the Majorana particle: quaternions, paired plane waves, and orthogonal representations of the Poincaré group*, J. Phys. G: Nucl. & Part. Phys. 48, 065001 (2021) (arXiv: 1910.13920).
- [3] H. A., *Relativistic quantum mechanics of the Majorana particle*, Acta Phys. Polon. B 50, 2165 (2019) (arXiv: 2002.07482).

- [4] H. A., *Axial momentum and quantization of the Majorana field*,
Acta Phys. Polon. B 53, 2-A4 (2022) (arXiv: 2202.05133).
- [5] H. A., w przygotowaniu.