

Dziwna materia kwarkowa i gwiazdy dziwne

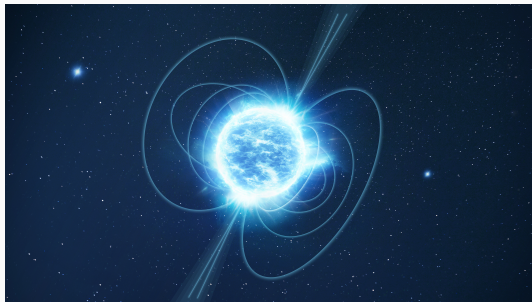
Strange Quark Matter and Strange Stars

Mateusz Kubiak

I rok studiów II stopnia (fizyka), Uniwersytet Jagielloński

Praca inżynierska obroniona na Politechnice Krakowskiej, 2025

Promotor: dr hab. Joanna Jałocha-Bratek, prof. PK



Czy w jądrach gwiazd neutronowych materia przechodzi w stan kwarkowy?
Czy dziwna materia kwarkowa (SQM) może być stanem podstawowym materii
barionowej?
Czy mogą istnieć całe gwiazdy zbudowane z SQM?

- Badanie stabilności SQM w modelu workowym MIT
- Wyprowadzenie równania stanu dla dziwnej materii kwarkowej
- Wyznaczenie wartości stałej B , dla którego SQM jest stanem podstawowym
- Numeryczne rozwiązanie równań TOV dla gwiazd dziwnych
- Analiza wpływu stałej B na strukturę gwiazd dziwnych i $M_{\max}$
- Modelowanie wykresów zależności masy od ciśnienia i masy od promienia

Czym jest SQM?

Dziwna materia kwarkowa (ang. Strange Quark Matter, SQM) jest szczególną formą materii, która może występować w ekstremalnie gęstych obiektach, takich jak gwiazdy dziwne.

Zbudowana z kwarków u , d , s , przy zachowaniu neutralności ładunkowej.

$$\Sigma Q = 0$$

$$\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}(n_d + n_s) - n_e = 0$$

Model workowy (ang. Bag Model) jest teoretycznym opisem kwarków i gluonów w hadronach przydatnym do modelowania struktur w astrofizyce, szczególnie w przypadku badania gęstej materii w ekstremalnych warunkach.

Założenia:

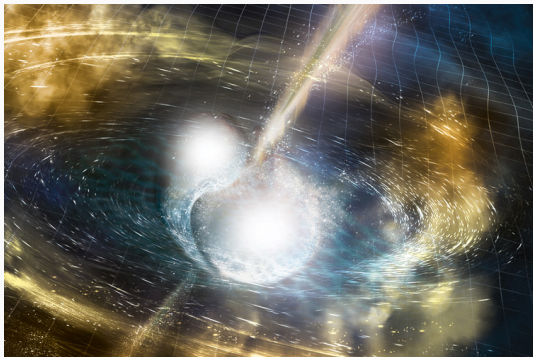
- Kwarki są uwięzione w ograniczonym obszarze przestrzeni
- Energia potencjalna wzrasta wraz z oddalaniem się kwarków od siebie

Zwarte gwiazdy

Inaczej też zwane zdegenerowanymi to niezwykle gęste obiekty astrofizyczne powstające w wyniku ewolucji masywnych gwiazd, w końcowym ich etapie w zależności od ich masy.

Wyróżniamy:

- Białe karły
- Gwiazdy neutronowe
- Gwiazdy dziwne



Warunek stabilności SQM

Aby SQM była stanem podstawowym, jej energia swobodna na nukleon musi być mniejsza niż energia zwykłej materii jądrowej (ok. 930 MeV).

W praktyce oznacza to spełnienie dwóch warunków:

- Stabilność przy zerowym ciśnieniu – dziwna materia kwarkowa nie może rozpadać się na zwykłą materię
- $\frac{\rho}{n_b} \leq 930 \text{ MeV}$, przy $P = 0$

Warunki te są matematycznie wyrażane przez porównanie energii na nukleon dla materii kwarkowej i zwykłej materii jądrowej. Istotne znaczenie mają tu oddziaływania kwark-gluonowe oraz odpowiednia zawartość kwarków dziwnych w tej materii.

- Elektrony nierelatywistyczne:

$$\rho_e = \frac{3^{\frac{5}{3}} h^2}{40 m_e \pi^{\frac{2}{3}}} n_e^{\frac{5}{3}}, \rho_e \propto n_e^{\frac{5}{3}}$$

- Elektrony relatywistyczne:

$$\rho_e = \frac{3^{\frac{4}{3}} hc}{8 \pi^{\frac{1}{3}}} n_e^{\frac{4}{3}}, \rho_e \propto n_e^{\frac{4}{3}}$$

- Kwarki relatywistyczne:

$$\rho = \frac{9ch}{8 \pi^{\frac{1}{3}}} n_B^{\frac{4}{3}} + B, \rho_e \propto n_B^{\frac{4}{3}} + B$$

Zależność gęstości energii kwarków ρ od gęstości liczby kwarków n_B , z uwzględnieniem wkładu stałej B [$\frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$], która reprezentuje energię wewnętrzną „worka kwarkowego”.

Zależność gęstości energii od ciśnienia (EoS)

- Elektrony nierelatywistyczne:

$$P(\rho_e) = \frac{2}{3}\rho_e \Rightarrow \rho_e(P) = \frac{3}{2}P$$

- Elektrony relatywistyczne:

$$P(\rho_e) = \frac{1}{3}\rho_e \Rightarrow \rho_e(P) = 3P$$

- Kwarki relatywistyczne:

$$P(\rho) = \frac{1}{3}(\rho - 4B) \Rightarrow \rho(P) = 3P + 4B$$

Dodatkowy człon $4B$ wynika z wkładu energii wewnętrznej worka kwarkowego.

Zależność gęstości energii od ciśnienia cd.

Dlaczego?

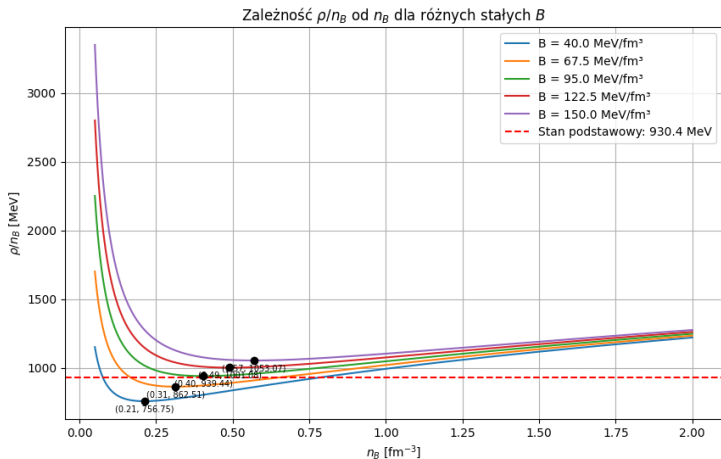
Wyznaczenie zależności gęstości energii od ciśnienia umożliwia nam zrozumienie stanu równowagi w zwartych obiektach astrofizycznych, takich jak białe karły i gwiazdy dziwne.

Wykorzystujemy je do rozwiązania równania hydrostatycznej równowagi (Tolmana–Oppenheimera–Volkoffa), aby określić strukturę gwiazdy.

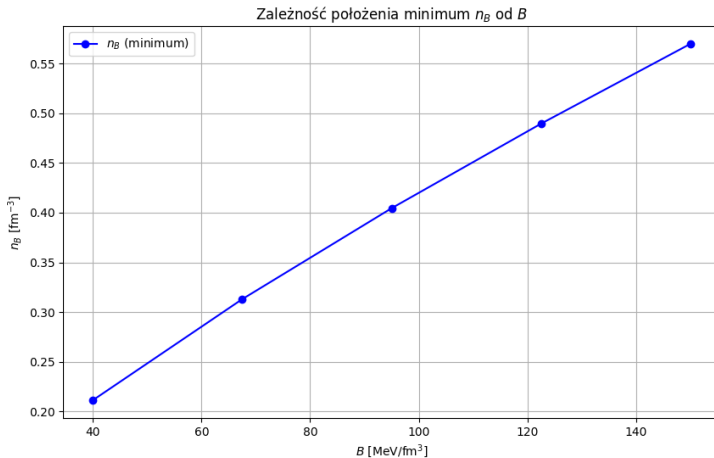
W układach nierelatywistycznych wkład jonów jest istotny, gdzie jony dominują w masie układu, podczas gdy elektrony są odpowiedzialne za ciśnienie zdegenerowane.

Natomiast dla dziwnej materii kwarkowej zależność gęstości energii od ciśnienia jest bardziej złożona, ponieważ obejmuje zarówno relatywistyczne efekty dla kwarków, jak i dodatkowe oddziaływania między kwarkami.

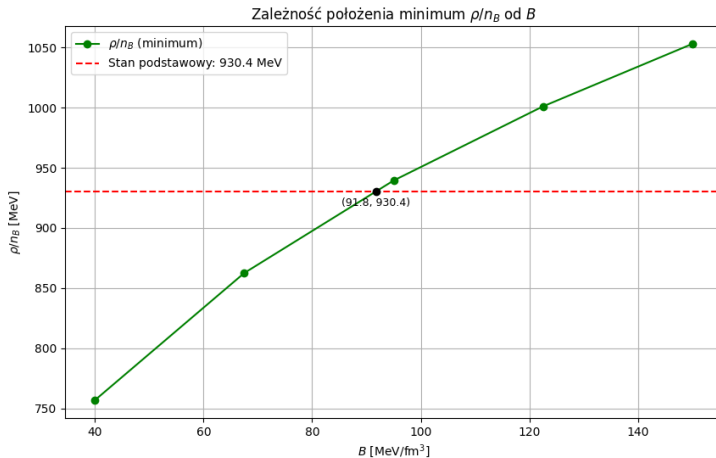
SQM jako stan podstawowy – Analiza



SQM jako stan podstawowy – Wykres



SQM jako stan podstawowy c.d.



Równania struktury (TOV)

- Równanie równowagi hydrostatycznej (ogólnorelatywistyczne):

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{G(\rho + \frac{p}{c^2})(m + 4\pi r^3 \frac{p}{c^2})}{r^2(1 - \frac{2Gm}{rc^2})}$$

- Równanie ciągłości:

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

- Równanie stanu:

$$\rho(P) = 3P + 4B$$

Zmiana całkowania z $dr \rightarrow dp$

Zmieniamy zmienną całkowania z promienia r na ciśnienie p , ponieważ taka transformacja upraszcza obliczenia numeryczne. Ciśnienie p jest funkcją monotonicznie malejącą wraz z odległością od centrum gwiazdy, co pozwala na dokładniejsze i bardziej stabilne modelowanie procesów fizycznych w gwieździe.

- Równanie zależności promienia od ciśnienia:

$$\frac{dr}{dp} = - \frac{r^2 - \frac{2Gm}{c^2}}{\frac{2p+B}{c^2} \left(Gm + \frac{4G\pi r^3 p}{c^2} \right)}$$

- Równanie zależności masy od ciśnienia:

$$\frac{dm}{dp} = - \frac{4\pi r^2 (B+p) \left(r^2 - \frac{2Gm}{c^2} \right)}{\frac{2p+B}{c^2} \left(Gm + \frac{4G\pi r^3 p}{c^2} \right) c^2}$$

Warunki początkowe

W przypadku gwiazd dziwnych warunki te są definiowane w pobliżu centralnego ciśnienia p_0 . Początkowy promień r_0 oraz masa m_0 obliczane są jako małe wartości początkowe, uwzględniające rozwinięcie w szereg Taylora równań struktury gwiazdy w pobliżu centrum.

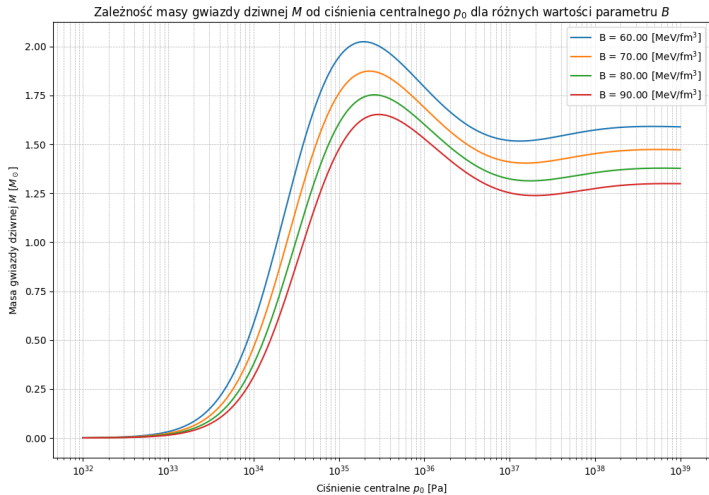
$$p_{initial} = 0.999p_0$$

$$r_{initial} = c^2 \sqrt{\frac{3(p_0 - p_{initial})}{2\pi G(B + 2p_0)(B + 4p_0)}}$$

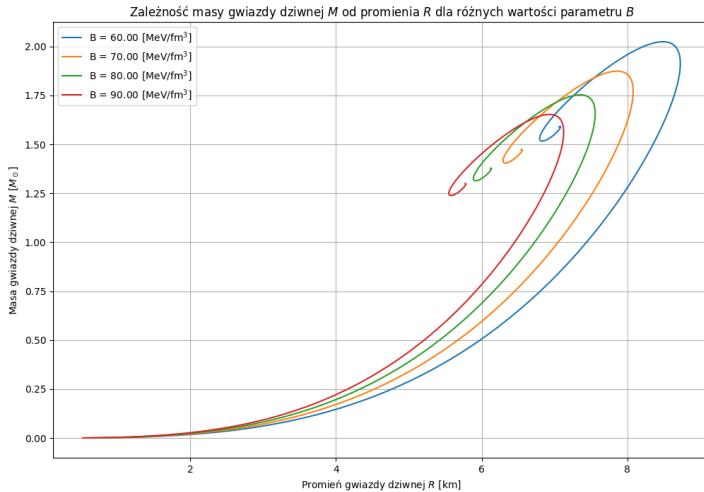
$$m_{initial} = \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{(B + p_0)c^4}{G}} \sqrt{\frac{(p_0 - p_{initial})^3}{G(B + 2p_0)^3(B + 4p_0)^3}}$$

Kod w języku Python został wykorzystany do przeprowadzenia obliczeń. Opiera się na funkcji `solve_ivp` z biblioteki `scipy`, która stosuje metodę Rungego-Kutty do rozwiązywania układów równań różniczkowych. Dzięki temu można efektywnie analizować wpływ różnych wartości B i p_0 na promień R oraz masy M gwiazd dziwnych.

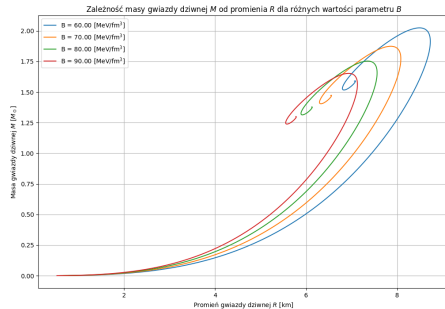
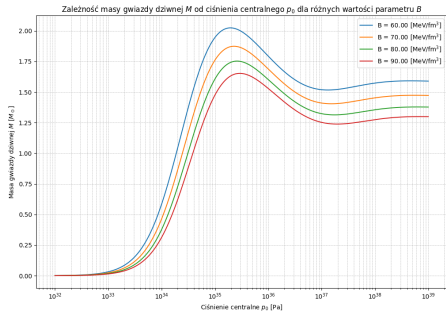
Zależność Masa–Ciśnienie centralne



Zależność Masa–Promień



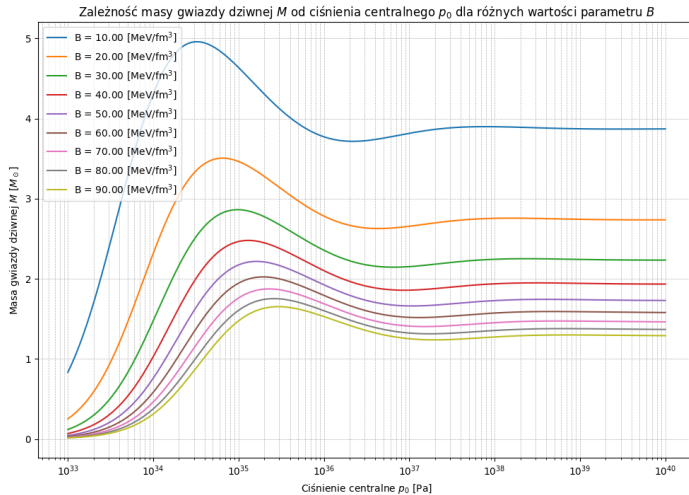
Drugie maksimum



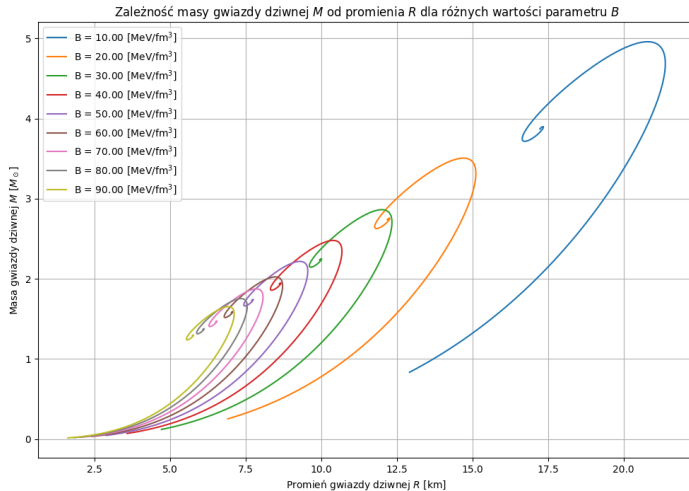
Drugie maksimum

Możliwość dalszej analizy oraz potencjalnego obszaru stabilności

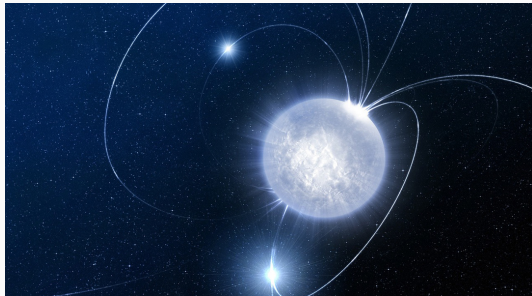
Dodatkowe wykresy



Dodatkowe wykresy



Dziękuję za uwagę!



Mateusz Kubiak

I rok studiów II stopnia (fizyka), Uniwersytet Jagielloński