Zadanie 1. Supernowa implozyjna (typ II)

Z jednorodnej kuli o gęstości ρ_0 w równowadze hydrostatycznej „usuwamy” ciśnienie. Ile czasu będzie trwał newtonowski kolaps do punktu? Podać wartości liczbowe dla Ziemi, Słońca i białego karła.

Ile energii zostanie wyzwolonej w trakcie kolapsu?

Zadanie 2. Supernowa termojądrowa (typ Ia)

Biały karzeł o masie Chandrasekhara zbudowany w 50% z węgla i 50% tlenu (wagowo) ulega termojądrowej detonacji w wyniku czego powstaje żelazo. Obliczyć energię wyzwoloną w tym procesie. Jaka byłaby wyzwolona energia gdyby budulcem był hel lub krzem? Na jakim etapie kolapsu, w sensie poprzedniego zadania, energia implozji i eksplozji zrównałyby się?

Zadanie 3. Fala uderzeniowa

Rozważmy prosty model spontanicznego powstania fali uderzeniowej w supernowej, czyli równanie Burgersa

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + u(x,t)\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$$

z warunkami początkowymi np:

$$u(x,0) = 1/(1+e^x).$$

Rozpatrując przypadek bez lepkości $\epsilon \equiv 0$ wyznaczyć moment i miejsce powstania fali uderzeniowej. Jak będzie wyglądała dalsza ewolucja modelu?

Zadanie 4. Gwiazda neutronowa

Dla wybranego równania stanu (np: politropowego lub gazu elektronowego w T=0) porównać strukturę gwiazdy opisanej newtonowskim równaniem równowagi hydrostatycznej ze strukturą zadaną równaniem TOV (**T**olmana-**O**ppenheimera-**V**ołkowa).

Jak zmienia się masa graniczna (Chandrasekhara) po „włączeniu” efektów OTW?

Zadanie 5. Akrecja

Na obiekt o masie M pada z nieskończoności strumień równoległych cząstek o masie m i gęstości liczbowej n_∞ oraz prędkości v_∞. Zakładając, że wszystkie cząstki grawitacyjnie związane z masą M ostatecznie na nią spadną, obliczyć tempo akrecji (wzrostu masy) $\dot{M}$. Wynik znany jest jako akrecja Hoyle-Lytteltona. Co zmieni się, jeżeli masa M jest czarną dziurą?

Zadanie 6. Zmiana masy

Korzystając z wyniku poprzedniego zadania wyznaczyć zależność $M(t)$ masy obiektu od czasu (także dla $t < 0$).

Zadanie 7. Rotacja i samograwitacja

„Planeta” w postaci jednorodnej kuli o gęstości ρ_0 i masie M zaczyna powoli obracać się z prędkością kątową Ω. Zakładając, że przyjmuje kształt elipsoidy obrotowej, obliczyć spłaszczenie ε (lub mimośród e) przekroju południkowego oraz moment pędu. Model powyższy znany jest jako sferoid Maclaurina, a potencjał grawitacyjny elipsoidy można znaleźć np: na https://physics.stackexchange.com/.

Zadanie 8. Oscylacje gwiazd

Jednorodna kula o gęstości ρ_0 w równowadze hydrostatycznej została wytrącona nieco z równowagi poprzez radialne ściśnięcie. Obliczyć częstość(i) i mody drgań.

Wskazówka: zob. Kippenhahn & Weigert, Stellar Structure and Evolution, §38.2