

# Odpowiedzi do niektórych zadań.

## Zadanie 1.

Przyjmując równanie gazu doskonałego

$$P_m = \frac{k_B T}{\mu m_u} \rho,$$

gdzie  $k_B$  - stała Boltzmana,  $T$  - temperatura,  $\mu$  - średnia waga molekularna częściowo zjonizowanej mieszaniny gazów ( $\mu = 1$  dla niezjonizowanego wodoru),  $m_u$  - atomowa jednostka masy ( $m_u \simeq m_p \simeq m_H$ ),  $\rho$  - gęstość gazu ORAZ gazu fotonowego

$$P_r = \frac{1}{3} a T^4,$$

gdzie  $a = 4\sigma/c$  to stała promieniowania, dostajemy

$$n = 3, K = \frac{\sqrt[3]{3\beta(1+\beta)}}{\mu^{4/3}} \left( \frac{k_B^4}{a m_u^4} \right)^{1/3}.$$

## Zadanie 2.

Masa w modelu Eddingtona to

$$M = 18.29 \frac{\sqrt{\beta}(\beta+1)^{3/2}}{\mu^2} M_\odot.$$

Dla Słońca, przyjmując  $\mu = 16/27$ ,  $\beta = 0.0004336$ , czyli promieniowanie nie gra dominującej roli. Dla porównania, przy  $\beta = 1$ , czyli po równo materii i promieniowania, mamy  $M \simeq 137 M_\odot$ .

## Zadanie 3.

1.  $T \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow 0$  (gaz zdegenerowany  $\mu \gg kT$ , nierelatywistyczny  $m_e c^2 \gg kT$ )

$$P = \left( \frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{20 m_e} n_e^{5/3},$$

2.  $T \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow \infty$  (gaz zdegenerowany, relatywistyczny)

$$P = \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \frac{hc}{8} n_e^{4/3},$$

3.  $T \rightarrow \infty$  (gorący gaz)

$$P =$$

## Zadanie 4.

$$M_{\text{Chandra}} = \kappa \frac{m_{\text{Planck}}^3}{m_p^2} \simeq 1.45 (2Y_e)^2 M_\odot.$$

UWAGA:  $m_{\text{Planck}} \equiv \sqrt{hc/G}$ .

Pytanie dodatkowe:

$$M_{\text{Chandra}} = -\frac{\sqrt{3/2} m_{\text{Planck}}^3}{4\pi m^2} \xi(\infty)^2 \xi'(\infty)$$

ale dla  $z_c \gtrsim 16/9$  promień „gwiazdy” staje się mniejszy od promienia Schwarzschilda (promienia czarnej dziury). Dlatego nie można wstawić parametru  $r$ . Chandrasekhara  $z_c \rightarrow \infty$ . Okazuje się jednak, że dla  $z_c \simeq 16/9$  masa jest tylko 2x mniejsza niż  $M_{\text{Chandra}}$ . Manipulując w sposób dowolny masą cząstki  $m$  można wytworzyć obiekt udający dowolną czarną dziurę.