

**Zadanie 1.**

Obliczyć **numerycznie** całkę oznaczoną:

$$\int_0^1 f(x) \, dx.$$

W tym celu zastosować:

1. metodę trapezów z ustaloną liczbą podziałów,
2. metodę Simpsona,
3. jedną z powyższych rekurencyjnie zagęszczając punktu aż do osiągnięcia, założonej dokładności absolutnej lub/i względnej,
4. kwadraturę typu Gaussa,
5. metodę Monte Carlo,
6. inne metody wg. uznania.

Działanie powyższych algorytmów przetestować na kilku wybranych przykładach, w tym wielomianach i funkcjach nieciągłych. Wynik porównać z analitycznym, o ile jest znany. Ocenić szybkość i dokładność algorytmów.

**Zadanie 2.**

Obliczyć **numerycznie** całkę niewłaściwą:

$$\int_0^{\infty} \frac{f(x)e^{-x}}{\sqrt{x}} \, dx.$$

W tym celu zastosować:

1. metodę z Zad.1, np: metodę trapezów, z ustaloną górną granicą,
2. kwadraturę Gaussa-Laguerra z wagą  $e^{-x}$ ,
3. kwadraturę Gaussa-Laguerra z wagą  $e^{-x}/\sqrt{x}$ ,
4. kwadraturę  $\tanh - \sinh$  z transformacją  $x = e^{t-e^{-t}}$  w tandemie z metodą trapezów,
5. transformację  $x = t^2$  i kwadraturę Gaussa-Hermite'a.

Działanie powyższych algorytmów przetestować na kilku wybranych przykładach funkcji  $f(x)$ , w tym wielomianach i funkcjach nieciągłych. Otrzymany wynik porównać z analitycznym, o ile jest znany. Ocenić szybkość i dokładność algorytmów.