

Zadanie 1.

Wyprowadzić wzory przybliżające wartości funkcji $\sin x$ w przedziale $[0, \pi/2]$. Używając ich jako podstawy działania zaprogramować algorytm przybliżający funkcję sinus:

- za pomocą wielomianu interpolującego (t.j. przechodzącego przez wszystkie punkty),
- rozwinięcia Maclaurina (w $x = 0$) lub/i Taylora,
- wielomianu który równocześnie przechodzi przez wszystkie punkty, a dodatkowo jego pochodne na końcach przedziału są zadane,
- poprzez rozwinięcie w bazie wielomianów Legendre'a,
- za pomocą aproksymacji Czebyszewa,
- za pomocą interpolacji liniowej; można użyć własnej implementacji lub gotowej, np: GNU GSL,
- za pomocą interpolacji wyższego rzędu,
- za pomocą interpolacji typu spline,
- wielomianami **Bernsteina**.

Określić poprzez porównanie z wbudowaną funkcją sinus maksymalny błąd absolutny i względny każdej z implementacji, oraz jej szybkość. Zbadać, czy jest spełniony warunek $0 \leq \sin x \leq 1$.

Zadanie 2.

Powtórzyć analizę z Zad. 1 dla funkcji:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \pi^2 x^2}$$

w przedziale $-\pi \leq x \leq \pi$.

Zadanie 3.

Powtórzyć samodzielnie analizę z Zad. 1 dla wybranej nietrywialnej (np: specjalnej) funkcji jednej zmiennej rzeczywistej w wybranym przedziale.