

**Zadanie 1.**

Obliczyć **numerycznie** całkę oznaczoną:

$$\int_0^{\pi} \sin x f(x) dx.$$

W tym celu zastosować:

- a) metodę trapezów z ustaloną liczbą podziałów,
- b) metodę Simpsona,
- c) jedną z powyższych rekurencyjnie zagęszczając punktu aż do osiągnięcia, założonej dokładności absolutnej lub/i względnej,
- d) kwadraturę typu Gaussa.

Działanie powyższych algorytmów przetestować na kilku wybranych przykładach, w tym wielomianach i funkcjach nieciągłych. Wynik porównać z analitycznym, o ile jest znany.

**Zadanie 2.**

Obliczyć **numerycznie** całkę niewłaściwą:

$$\int_0^{\infty} \frac{f(x)e^{-x}}{\sqrt{x}} dx.$$

W tym celu zastosować:

- a) metodę z Zad.1, np: metodę trapezów, z ustaloną górną granicą,
- b) kwadraturę typu Gaussa,
- c) kwadraturę  $\tanh - \sinh$  z transformacją  $x = e^{t-e^{-t}}$  w tandemie z metodą trapezów.

Działanie powyższych algorytmów przetestować na kilku wybranych przykładach, w tym wielomianach i funkcjach nieciągłych. Wynik porównać z analitycznym, o ile jest znany.

**Zadanie 3.**

Dla jakiej wartości  $x$  wyrażenie będące składnikiem transformacji:

$$e^{e^x}$$

przekracza zakres liczby zmiennoprzecinkowej typu `double`? Założyć, że liczba opisana jest standardem zawierającym 11-bitowy wykładnik. Czy wynik jest identyczny dla ujemnych  $x$ ? Jaką najmniejszą liczbę *bez* wykładnika można opisać korzystając z pozostałych bitów, przy 8-bajtowym typie `double`?

**Zadanie 4.**

Wyprowadzić wzór Eulera-Maclaurina. Podać kilka pierwszych wielomianów oraz liczb Bernoulliego  $B_n$  oraz periodycznych „wielomianów” Bernoulliego  $P_n(x)$ .

Jak zachowuje się metoda trapezów w sytuacji gdy wszystkie pochodne funkcji podcałkowej na końcach przedziału wynoszą zero?