

**Zadanie 1.**

Rozważmy wzór rekurencyjny postaci:

$$x_{n+1} = ax_n + (1 - a)x_0.$$

Proszę rozwiązać rekurencję symbolicznie i numerycznie dla różnych wartości  $a$  oraz  $x_0$ . Zaobserwować różnicę w zachowaniu ciągu  $x_n$  dla parametrów reprezentowalnych i nierepresentowalnych w postaci numerycznej dokładnie. Jak zachowuje się powyższy ciąg w arytmetyce dowolnej precyzji oraz w arytmetyce interwałowej?

Porównać teoretyczne i rzeczywiste zachowanie ciągu przy zaburzeniu warunków początkowych  $x_0 \rightarrow x_0 + \delta x$ .

**Zadanie 2.**

Wylosować dowolny ciąg 64 zer i jedynek (lub 8 liczb szesnastkowych), a następnie skonwertować go do postaci liczby zmiennoprzecinkowej w formacie IEEE 754.

**Zadanie 3.**

W opisie akrecji na poruszającą się czarną dziurę, konieczne jest obliczenie dla dużych  $\epsilon$  wyrażenia:

$$2\sqrt{3} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{4}{\left(\frac{3\epsilon}{\sqrt{9\epsilon^2 - 8}} + 1\right)^2}}} = 4\sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{-27\epsilon^4 + 9\left(\sqrt{\epsilon^2(9\epsilon^2 - 8)} + 4\right)\epsilon^2 - 8\left(\sqrt{\epsilon^2(9\epsilon^2 - 8)} + 1\right)}}.$$

Proszę sprawdzić, że:

- (i) powyższa równość faktycznie zachodzi i określić domenę,
- (ii) obliczyć lewą i prawą stronę numerycznie (lub narysować wykres) dla dużych  $\epsilon = 10^n$ , gdzie  $n = 1, 2, \dots, 12$ ,

- (iii) zaproponować i zaimplementować funkcję obliczającą powyższe wyrażenie **poprawnie** dla dowolnego  $\epsilon$ .

**Zadanie 4.**

Wybrać dowolną nietrywialną funkcję  $f(x)$  z matematycznej biblioteki `<math.h>` (np: `sin`, `exp`, `sqrt`, `Gamma`, `erf`, ... ) a następnie korzystając z wyników Zad. 2 sprawdzić jej dokładność absolutną:

$$|f(x)_{\text{true}} - f(x)_{\text{obl}}|$$

względna:

$$\frac{f(x)_{\text{obl}}}{f(x)_{\text{true}}} - 1,$$

oraz skwantowany (dyskretny, ULP) odstęp od wartości prawdziwej mierzony wywołaniami standardowej funkcji `nextafter`. Porównać ULP z dokładnością względną wyrażoną w jednostkach *epsilon maszynowego* (DBL\_EPSILON w C, **\$MachineEpsilon** w *Mathematica*).