

Odpowiedzi należy **zapisać osobno** w pliku tekstowym lub na kartce papieru, zeskanować/sfotografować i przesłać e-mailem wraz z plikiem **nb** z rozwiązaniami przed zakończeniem kolokwium.

Kolokwium trwa od 10:00 do 12:30. Rozwiązania należy przesłać **przed** godz. 12:30, opóźnienie skutkuje obniżeniem oceny o 0.5 stopnia za każde kolejne 30 min. Rozwiązania przesłane po 14:30 nie będą w ogóle brane pod uwagę.

Skala ocen: 4 popr. rozw. zad. - 3.0; 5 - 3.5; 6 - 4.0; 7 - 4.5; 8 - 5.0; 9 - 5+; 10 - ∞.

Zadanie 1

Rozwiąż ze względu na rzeczywiste x równanie

$$x^2 e^x = (x + a)^3,$$

gdzie $a = 1/\sqrt{2}$.

Zadanie 2

Uprość wyrażenie

$$\frac{2 \left(1 + \sqrt{1 + \pi^2} + 2\pi \left(1 + \sqrt{1 + \pi^2} + \pi \left(1 + \pi + \sqrt{1 + \pi^2} \right) \right) \right)}{\left(1 + \pi + \sqrt{1 + \pi^2} \right)^2 \left(1 + \pi \left(\pi + \sqrt{1 + \pi^2} \right) \right)}.$$

Zadanie 3

Nierówność

$$|x| + |y| + |z| < 2$$

wyznacza pewien wielościan w przestrzeni trójwymiarowej. Oblicz jego objętość, pole, środek ciężkości i momenty bezwładności. Podaj współrzędne wierzchołków i sumę długości jego krawędzi. Określ wizualnie i słownie kształt obiektu.

Zadanie 4

Oblicz całkę oznaczoną

$$\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$$

dla dowolnie wybranych granic $a < b$, np: $a = 1, b = 2/\sqrt{3}$.

Zadanie 5

Znajdź dla $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ maksimum funkcji

$$a^2(b - c) + b^2(c - b) + c^2(1 - c).$$

Zadanie 6

Podaj rozwinięcie w szereg potęgowy wzoru na relatywistyczną energię całkowitą

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$$

do wyrazów drugiego rzędu dla $p \rightarrow 0$ oraz $p \rightarrow \infty$.

Zadanie 7

Znajdź na płaszczyźnie zespolonej obraz koła o promieniu 1 i środka w punkcie $z = 0$ po przekształceniu konforemnym zadany wzorem $2iz + i$.

Zadanie 8

Znajdź przechodzące przez punkt $\{1, 1\}$ rozwiązanie równania różniczkowego zwyczajnego

$$yy' = e^x$$

i podaj jego dziedzinę.

Zadanie 9

Rozwiąż równanie z niewiadomą macierzą 2×2

$$\mathcal{X}^2 + \mathcal{X} = \mathcal{A}, \quad \text{gdzie} \quad \mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zadanie 10

Zbadaj przebieg funkcji wygenerowanej poleceniami programu *Mathematica*:

```
Import["https://raw.githubusercontent.com/VA00/SymbolicRegressionPackage/master/SymbolicRegression.m"]  
ZadanieNOF2024[]
```

Odpowiedzią końcową ma być **wykres funkcji** z zaznaczonymi wszystkimi uzyskanymi w trakcie analizy funkcji informacjami.