

Odpowiedzi należy **zapisać ręcznie** na podpisanej kartce papieru, a plik **nb** z rozwiązaniami przesłać e-mailem po zakończeniu kolokwium.

Kolokwium trwa od 7:30 do 10:00.

Skala ocen: 4 popr. rozw. zad. - 3.0; 5 - 3.5; 6 - 4.0; 7 - 4.5; 8 - 5.0; 9 - 5+; 10 - ∞.

Zadanie 1

Oblicz

$$\sqrt{1+2} \sqrt{1+3} \sqrt{1+4} \sqrt{1+5} \sqrt{1+6} \sqrt{1+7} \sqrt{1+8} \sqrt{1+9} \sqrt{1+10} \sqrt{1+11} \sqrt{1+\dots}$$

Zadanie 2

Dla jakich wartości rzeczywistego parametru λ równanie

$$\lambda x^6 - (\lambda + 7)x^2 + \lambda = 0,$$

nie posiada żadnych pierwiastków rzeczywistych.

Zadanie 3

Wyznacz część rzeczywistą, urojoną, fazę i moduł liczby

$$z = \cos^{-1} (e^{\operatorname{artgh}^2}).$$

Zadanie 4

Uprość wyrażenie

$$\forall_{\epsilon, \epsilon > 0} \exists_{k, k > 1} \forall_{n, n > 3} n > 2k \Rightarrow g - 12\epsilon - 1 < \frac{3}{4(n-2)} - \frac{7}{4(n+2)} < g + 19\epsilon - 1.$$

Zadanie 5

Z blachy o gęstości powierzchniowej 8 kg/m^2 wycięto kształt zadany na płaszczyźnie x, y nierównością

$$\pi^2 - y^2 > |x|.$$

Współrzędne x, y wyrażono w metrach. Obliczyć pole powierzchni, masę i obwód figury. Wyznaczyć maksymalną rozciągłość w kierunku x i y . Obliczyć okres drgań wahadła fizycznego wykonanego z powyższego elementu, jeżeli zostanie on zawieszony w najwyższym punkcie i wytrącony z równowagi:

- w swojej płaszczyźnie x, y ,
- prostopadle do płaszczyzny x, y .

Zadanie 6

Dla trójwymiarowych wektorów $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ udowodnij, że zachodzi

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \mathbf{D} = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D}) (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + (\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) + (\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}) (\mathbf{A} \times \mathbf{B}).$$

Zadanie 7

Podaj wynik n -krotnego złożenia funkcji

$$F(x) = 1 + \frac{1}{x},$$

dla $n = \cosh(3 \operatorname{arcosh} 8)$.

Zadanie 8

Ciało o masie m zostało wyrzucone pod kątem α do poziomu z prędkością v_0 i uderzyło w ziemię. Oblicz czas lotu, maksymalną wysokość i zasięg rzutu. Przyjmij uproszczone równanie ruchu:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \mathbf{g} \left(1 - \frac{2h}{R_{\oplus}} \right),$$

gdzie \mathbf{g} to wektor przyspieszenia grawitacyjnego, h - wysokość nad powierzchnią Ziemi, a R_{\oplus} to promień Ziemi. Wartości $m > 0, v_0 > 0, 0 < \alpha < \pi/2$ proszę wybrać indywidualnie.

Zadanie 9

Dana jest macierz kwadratowa

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 \\ 1/9 & 1/10 & 1/11 & 1/12 & 1/13 & 1/14 & 1/15 \\ 1/16 & 1/17 & 1/18 & 1/19 & 1/20 & 1/21 & 1/22 \\ 1/23 & 1/24 & 1/25 & 1/26 & 1/27 & 1/28 & 1/29 \\ 1/30 & 1/31 & 1/32 & 1/33 & 1/34 & 1/35 & 1/36 \\ 1/37 & 1/38 & 1/39 & 1/40 & 1/41 & 1/42 & 1/43 \\ 1/44 & 1/45 & 1/46 & 1/47 & 1/48 & 1/49 & 1/50 \end{pmatrix},$$

oraz wektor kolumnowy o składowych

$$B = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42\}.$$

Rozwiąż ze względu na niewiadomy wektor X układ równań liniowych $\mathbf{A}X = B$. Oblicz $\operatorname{Det}(e^{\mathbf{A}})/e^{\operatorname{Tr} \mathbf{A}}$.

Zadanie 10

Zbadaj przebieg funkcji wygenerowanej poleceniami programu *Mathematica*:

```
Import["https://raw.githubusercontent.com/VA00/SymbolicRegressionPackage/master/SymbolicRegression.m"]
ZadanieNOF2024[]
```