9.1 Ruch w polu magnetycznym

Rozwiązać w trzech wymiarach równania ruchu naładowanej cząstki w stałym polu magnetycznym pod wpływem siły Lorentza:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = q\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}. \tag{1}$$

Narysować przykładowe tory w 3D.

9.2 Kontrola populacji

W lesie żyje w równowadze $d_0 = 100000$ dzików i $w_0 = 100$ wilków. W celu walki z ASF rząd postanawia zredukować populację dzików o 90%. Zakładając, że zależność czasową populacji dzików $d(t)$ i wilków $w(t)$ opisuje równanie Lotki-Volterry

$$\begin{cases} \dot{d} = d\left(1 - \frac{w}{w_0}\right) \\ \dot{w} = w\left(\frac{d}{d_0} - 1\right) \end{cases} \tag{2}$$

znaleźć maksymalne i minimalne wartości $d(t)$ oraz $w(t)$ po wytrąceniu systemu z równowagi.

9.3 Oscylator wymuszony

Pojazd poruszający się z prędkością v najeżdża na sinusoidalny próg zwalniający o długości L i wysokości H opisany funkcją $z_0(vt)$. Wyznaczyć drgania pionowe $z(t)$ po przejechaniu progu, zakładając że amortyzację opisuje tłumiony oscylator harmoniczny:

$$m\ddot{z} + \kappa\dot{z} + k(z - z_0 - l) = -mg, \tag{3}$$

gdzie m - masa pojazdu, κ - współczynnik tłumienia, k - stała sprężyny, l - długość **spoczynkowa** sprężyny, g - natężenie pola grawitacyjnego.

Przykład funkcji z_0

$$z_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x < 0, \\ H(1 - \cos\frac{2\pi x}{L}) & \text{dla} \quad 0 \leqslant x \leqslant L, \\ 0 & \text{dla} \quad x > L. \end{cases}$$

9.4 Zginanie pręta

Wyznacz kształt który przyjmie cienki pręt długości L o przekroju kołowym zamocowany z obu stron i poddany działaniu siły F. W tym celu rozwiąż równanie

andrzej.odrzywolek@uj.edu.pl

pręta:

$$\frac{d^2\theta(l)}{dl^2} = \frac{F}{EI} \tag{4}$$

gdzie funkcja $\theta(l)$ wyznacza kąt odkształcenia pręta zgiętego w pewnej płaszczyźnie jako funkcję odległości od jego końca, a E (moduł Younga) I (mom. bezwładności przekroju na zginanie) to pewne stałe. Zakładamy, że pręt jest zamocowany tak, aby końce pręta były skierowane pod kątami $\theta(0) = \alpha$ i $\theta(L) = \beta$.

Wyznacz kształt pręta, opisany w postaci parametrycznej funkcjami $x(l), y(l)$ z równań:

$$\frac{dx(l)}{dl} = \sin\theta(l), \quad \frac{dy(l)}{dl} = \cos\theta(l)$$

gdzie $\theta(l)$ zostało wyliczone wcześniej.

andrzej.odrzywolek@uj.edu.pl