

Odpowiedzi należy **zapisać ręcznie** na podpisanej kartce papieru, zeskanować/sfotografować i przesłać e-mailem wraz z plikiem **nb** z rozwiązaniami przed zakończeniem kolokwium.

Kolokwium trwa od 10:00 do 12:30. Rozwiązania należy przesłać **przed** godz. 12:30, opóźnienie skutkuje obniżeniem oceny o 0.5 stopnia za każde kolejne 30 min. Rozwiązania przesłane po 14:30 nie będą w ogóle brane pod uwagę.

Skala ocen: 4 popr. rozw. zad. - 3.0; 5 - 3.5; 6 - 4.0; 7 - 4.5; 8 - 5.0; 9 - 5+; 10 - ∞.

Zadanie 1

Sprawdź, czy wyrażenia

$$\frac{1}{\sqrt{4\pi^2 + \gamma^2 (4 + \pi^2 + 2\sqrt{2(2 + \pi^2)})}} \quad \text{oraz} \quad \frac{\sqrt{\frac{2 + \pi^2}{\gamma^2 + \frac{4\pi^2}{4 + \pi^2 + 2\sqrt{2(2 + \pi^2)}}}}} {2 + \pi^2 + \sqrt{2(2 + \pi^2)}},$$

gdzie $0 < \gamma < 1$, są równoważne.

Zadanie 2

Rozwiąż ze względu na rzeczywiste x równanie

$$x^2 e^x = (x + 1)^3.$$

Zadanie 3

Układ nierówności

$$\begin{cases} |x + y| \leq 1 \\ |x + z| \leq 1 \\ |y + z| \leq 1 \end{cases}$$

wyznacza pewien wielościan w przestrzeni trójwymiarowej. Oblicz jego objętość, pole, środek ciężkości i momenty bezwładności. Podaj współrzędne wierzchołków i sumę długości jego krawędzi. Określ wizualnie i słownie kształt obiektu.

Zadanie 4

Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1 + x^2}}$$

i dobierz stałą całkowania, aby krzywa całkowa przechodziła przez punkt $\{0, 0\}$.

Zadanie 5

Znajdź rozwinięcie całki z poprzedniego zadania w szereg potęgowy dookoła $x = 0$ aż do wyrazów rzędu $O(x^6)$. Określ zakres stosowalności tak uzyskanego przybliżenia.

Zadanie 6

Znajdź maksimum funkcji

$$a^2(b - c) + b^2(c - b) + c^2(1 - c)$$

dla $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$.

Zadanie 7

Podaj wynik złożenia funkcji F

$$F(x) = e^{1/\ln x}$$

11 razy, jeżeli $x > 1$.

Zadanie 8

Jaki będzie wynik podstawienia do wyrażenia $4x^4 + 2x^2$ w miejsce x liczby równej $\sqrt{\sin 18^\circ}$?

Zadanie 9

Macierz kwadratowa o rozmiarze 1000×1000 została wypełniona liczbami rzeczywistymi wylosowanymi z rozkładu jednorodnego w przedziale $\{0, 1\}$. Podaj wartość własną o największej części rzeczywistej.

Zadanie 10

Zbadaj przebieg funkcji wygenerowanej poleceniami programu *Mathematica*:

```
Import["https://raw.githubusercontent.com/VA00/SymbolicRegressionPackage/master/SymbolicRegression.m"]  
ZadanieNOF[]
```

Odpowiedzią końcową ma być **wykres funkcji** z zaznaczonymi wszystkimi uzyskanymi w trakcie analizy funkcji informacjami.