

Odpowiedzi należy **zapisać ręcznie** na podpisanej kartce papieru, przeskanować/sfotografować i przesłać e-mailem wraz z plikiem **nb** z rozwiązaniami przed zakończeniem kolokwium.

Kolokwium trwa od 7:30 do 10:00. Rozwiązania należy przesłać **przed** godz. 10:00, każde opóźnienie o 30 min skutkuje obniżeniem oceny o 0.5 stopnia. Rozwiązania przesłane po 12:00 nie będą brane pod uwagę.

Skala ocen: 4 popr. rozw. zad. - 3.0; 5 - 3.5; 6 - 4.0; 7 - 4.5; 8 - 5.0; 9 - 5+; 10 - ∞ .

Zadanie 1

Podaj rzeczywiste rozwiązanie równania

$$2 \cosh^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sinh x = 10^{100}.$$

Zadanie 2

Dla jakich wartości rzeczywistego parametru λ równanie

$$\lambda x^5 - (\lambda + 2)x^2 + \lambda + 2 = 0,$$

ma 2 różne pierwiastki rzeczywiste.

Zadanie 3

Oblicz całkę

$$\int_0^{2\pi} \frac{\ln(1 + e \cos x)}{\cos x} dx$$

dla dowolnie wybranej wartości $0 < e < 1$.

Zadanie 4

Rozwiąż rzeczywisty układ równań:

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = 1, \\ |x| + |y| = 2. \end{cases}$$

Zadanie 5

Nierówność

$$x^4 + x^2 y(2y + 3) < (1 - y)y^3$$

wyznacza na płaszczyźnie x, y pewnego kształtu obszar (figurę płaską). Naszkiuj/opisz jej kształt, oblicz geometryczne pole, położenie środka ciężkości, momenty bezwładności względem osi x, y oraz obrotu dookoła osi prostopadłej przechodzącej przez środek ciężkości, a także obwód figury.

Zadanie 6

Dla 3-wymiarowych wektorów \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} oblicz

$$(\mathbf{c} - 2\mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} + 2\mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{a}) - \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}).$$

Zadanie 7

Podaj wynik 1000-krotnego złożenia funkcji

$$F(x) = \frac{x-2}{x-1}.$$

Zadanie 8

Ciało o masie m zostało wyrzucone pod kątem α do poziomu z prędkością v_0 i uderzyło w ziemię. Oblicz czas lotu, maksymalną wysokość i zasięg rzutu. Przyjąć uproszczone równanie ruchu:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \mathbf{g} - \kappa \mathbf{v},$$

gdzie \mathbf{g} to wektor przyspieszenia grawitacyjnego, a współczynnik κ opisuje opór aerodynamiczny. Wartości $m > 0$, $v_0 > 0$, $0 < \alpha < \pi/2$, $\kappa > 0$ proszę wybrać indywidualnie.

Zadanie 9

Oblicz macierz daną wyrażeniem

$$\sum_{n=0}^{2^{10}} \mathcal{A}^n, \quad \text{gdzie} \quad \mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & -9 & 6 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zadanie 10

Zbadaj przebieg funkcji wygenerowanej poleceniami programu *Mathematica*:

```
Import["https://raw.githubusercontent.com/VA00/SymbolicRegressionPackage/master/SymbolicRegression.m"]
ZadanieNOF[]
```