

## 9.1 Ruch w polu magnetycznym

Rozwiązać w trzech wymiarach równania ruchu naładowanej cząstki w stałym polu magnetycznym pod wpływem siły Lorentza:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = q\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}. \quad (1)$$

Narysować przykładowe tory w 3D.

## 9.2 Zginanie pręta

Wyznacz kształt który przyjmie cienki pręt długości  $L$  o przekroju kołowym zamocowany z obu stron i poddany działaniu siły  $F$ . W tym celu rozwiąż równanie pręta:

$$\frac{d^2\theta(l)}{dl^2} = \frac{F}{EI} \quad (2)$$

gdzie funkcja  $\theta(l)$  wyznacza kąt odkształcenia pręta zgiętego w pewnej płaszczyźnie jako funkcję odległości od jego końca, a  $E, I$  to pewne stałe. Zakładamy, że pręt jest zamocowany tak, aby końce pręta były skierowane pod kątami  $\theta(0) = \alpha$  i  $\theta(L) = \beta$ .

Wyznacz kształt pręta, opisany w postaci parametrycznej funkcjami  $x(l), y(l)$  z równań:

$$\frac{dx(l)}{dl} = \sin \theta(l), \quad \frac{dy(l)}{dl} = \cos \theta(l)$$

gdzie  $\theta(l)$  zostało wyliczone wcześniej.

## 9.3 Kontrola populacji

W lesie żyje w równowadze  $d_0 = 100000$  dzików i  $w_0 = 100$  wilków. W celu walki z ASF rząd postanawia zredukować populację dzików o 90%. Zakładając, że zależność czasową populacji dzików  $d(t)$  i wilków  $w(t)$  opisuje równanie Lotki-Volterry

$$\begin{cases} \dot{d} = d \left(1 - \frac{w}{w_0}\right) \\ \dot{w} = w \left(\frac{d}{d_0} - 1\right) \end{cases} \quad (3)$$

znaleźć maksymalne i minimalne wartości  $d(t)$  oraz  $w(t)$  po wytrąceniu systemu z równowagi.

## 9.4 Oscylator wymuszony

Pojazd poruszający się z prędkością  $v$  najjeżdża na sinusoidalny próg zwalniający o długości  $L$  i wysokości  $H$  opisany funkcją  $z_0(t)$ . Wyznaczyć drgania pionowe

$z(t)$  po przejechaniu progu, zakładając że amortyzację opisuje tłumiony oscylator harmoniczny:

$$m\ddot{z} + \kappa\dot{z} + k(z + z_0 - l) = -mg, \quad (4)$$

gdzie  $m$  - masa pojazdu,  $\kappa$  - współczynnik tłumienia,  $k$  - stała sprężyny,  $l$  - długość spoczynkowa sprężyny,  $g$  - natężenie pola grawitacyjnego.