

1.1 Obliczanie podstawowych wyrażeń matematycznych.

Oblicz numeryczną wartość poniższych wyrażeń, a następnie posortuj od najmniejszego do największego i zapisz wyniki ręcznie na kartce papieru.

$$\frac{(10!)!}{6938710!!} \quad (1a) \qquad \prod_{k=1}^{\infty} \operatorname{tg} k \quad (1e)$$

$$|\log_2 1/3| + \operatorname{sgn}(\pi^e - e^\pi) + \sqrt{2^\pi} + \exp(1/e) \quad (1b) \qquad \prod_{k=1}^{\infty} \sin k\pi \quad (1f)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^5} \quad (1c) \qquad \sqrt[3]{\pi^e e^\pi} \quad (1g)$$

$$1 + e^{\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + e^e \frac{1}{-1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{e}}}}}} \quad (1d) \qquad \binom{10}{3} \quad (1h)$$

1.2 Wykresy funkcji 1 zmiennej

Narysuj wykresy funkcji zadanych wzorami:

$$y = -x \quad (2a) \qquad y = \log_2 x \quad (2e)$$

$$y = 1 - 2x^2 \quad (2b) \qquad y = \frac{1+x}{1-x} \quad (2f) \qquad y = \cos(2 \arcsin x) \quad (2j)$$

$$y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \quad (2c) \qquad y = 1 + \frac{1}{(1/x+1)^{-1} - 1} \quad (2g) \qquad y = \exp(e^{\ln x + \ln \ln x}) \quad (2k)$$

$$y = e^{2 \operatorname{artgh} x} \quad (2h)$$

$$y = -\operatorname{Li}_{-1}(x) \quad (2d) \qquad y = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (2i) \qquad y = \frac{1}{2} + \frac{\tanh x/2}{2} \quad (2l)$$

Które z powyższych funkcji mają identyczne wykresy? Spróbuj przekształcić ich wzory lub wykazać w dowolny inny sposób, że są identyczne.

1.3 Rysowanie wielu nieznanymi funkcji

Wyszukać w dokumentacji lub/i internecie, narysować na jednym wykresie i odpowiednio opisać kilka(naście) pierwszych:

- wielomianów Legendere'a $P_n(x)$,
- funkcji J Bessela $j_n(x)$,
- polilogarytmów $Li_n(x)$.

1.4 Definiowanie i podstawianie prostych funkcji

Zdefiniuj funkcje wykonujące operację odwrotności **Inv**, podnoszenia do kwadratu **Sqr**, sukcesora **Suc** oraz podwojenia **Dbl**. Następnie postaw je w miejsce f do wyrażeń: $f(x)$, $f^2(x)$, $f(x)^2$, $f(x^2)$, $f(2x)/2$, $f^{-1}(x)$, $f(x)^{-1}$, $f(x^{-1})$, $f'(x)$, $f''(x)$.

1.5 Operowanie listami liczb

Utwórz listę pierwszych liczb pierwszych p mniejszych od 2^{16} . Odpowiedz na następujące pytania:

- ile jest takich liczb,
- podaj największą i najmniejszą,
- oblicz sumę kwadratów,
- ile jest wśród nich liczb Fibonacciego,
- wybierz te, dla których $|\sin p| < 1/64$,
- posortuj je zgodnie z najmniejszym odstępstwem od wielokrotności π i wypisz 8 „najlepszych”,
- dla każdej liczby pierwszej oblicz sumę jej cyfr,
- a następnie podaj średnią, i odchylenie standardowe tak wygenerowanej listy.
- Obliczamy rekursywnie sumę cyfr aż do momentu gdy przestanie się zmieniać - jakie cyfry nigdy nie pojawią się?

1.6 Zadanie domowe

Wykonać benchmark wydajności komputera w programie Mathematica 12.3.1. Przesłać wynik wraz z informacją o konfiguracji sprzętu (procesor, pamięć, system operacyjny itd. zgodnie z tabelą) na mój adres e-mail.

Benchmark należy wykonać w domu na własnym sprzęcie/laptopie, korzystając z licencji home-use WFAIS, zob: <https://fais.uj.edu.pl/dla-studentow/studia-z-mathematica>.