

Odpowiedzi należy oddać zapisane ręcznie na podpisanej kartce papieru. Pliki nb z rozwiązaniami proszę przesłać e-mailem po zakończeniu kolokwium. Skala ocen: 4 poprawnie rozwiązane zadania - 3.0; 5 - 3.5; 6 - 4.0; 7 - 4.5; 8 - 5.0; 9 - 5+; 10 - ?

Zadanie 1

Podaj rzeczywiste rozwiązanie równania

$$\frac{1}{1 + e^{-x}} = 10^{-64}.$$

Zadanie 2

Znajdź punkt o najmniejszej wartości y spełniający nierówność:

$$x^2 - y^3 \leq xy + 1.$$

Podaj współrzędne tego punktu.

Zadanie 3

Oblicz:

$$\int \cos^n x \, dx,$$

dla $n = 4$.

Zadanie 4

Rozwiąż rzeczywisty układ równań:

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = 1, \\ x^4 + y^4 = y. \end{cases}$$

Zadanie 5

Układ nierówności

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} > 1 \\ \max(|x|, |y|) < 8 \end{cases}$$

wyznacza na płaszczyźnie pewnego kształtu obszar. Oblicz jego geometryczne pole.

Zadanie 6

Dla 3-wymiarowych wektorów \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} oblicz

$$(\mathbf{b} - 2\mathbf{a}) \cdot \mathbf{c} + 2\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) - \mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{c}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}).$$

Zadanie 7

Podaj wszystkie możliwe różne wyniki złożenia funkcji

$$F(x) = 2 - 2/x.$$

Zadanie 8

Obracające się ze stałą prędkością kątową o wartości Ω ciało o masie m zostało wyrzucone pod kątem α do pionu z prędkością v_0 . Oblicz maksymalną wysokość i zasięg rzutu. Przyjmując uproszczone równanie ruchu:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \mathbf{g} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v},$$

gdzie \mathbf{g} to wektor przyspieszenia grawitacyjnego, a wyraz $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}$ opisuje siły aerodynamiczne. Wartości $m > 0$, $v_0 > 0$, $0 < \alpha < \pi$, $\boldsymbol{\Omega} \neq 0$ proszę wybrać indywidualnie.

Zadanie 9

Oblicz macierz daną wyrażeniem

$$\mathcal{A}^7 + e^{\mathcal{A}} + \mathcal{J} - e \mathcal{A}$$

gdzie

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 - \pi & 1 - \pi \\ \pi & \pi \end{pmatrix}, \quad \mathcal{J} = e \begin{pmatrix} 0 & i\pi \\ i\pi & 0 \end{pmatrix}.$$

Zadanie 10

Zbadaj przebieg funkcji wygenerowanej poleceniami programu *Mathematica*:

```
Import["https://raw.githubusercontent.com/VA00/SymbolicRegressionPackage/master/SymbolicRegression.m"]  
ZadanieNOF[]
```