

Mapa obszarów zbieżności dwuwymiarowej metody Newtona-Raphsona

A. Odrzywołek

Aktualizacja: 3 stycznia 2021

Rozwiązując układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi metodą Newtona można zaobserwować, że metoda jest zbieżna do rozwiązania (lub jednego z nich gdy jest kilka) w przypadku podania „odpowiednio bliskich” wartości startowych. Celem projektu jest narysowanie na płaszczyźnie zbioru obrazującego dopuszczalne wartości startowe. Dodatkowo można kolorami zaznaczyć np. ilość iteracji niezbędną do uzyskania zadanej dokładności, co jest powszechnie przyjęte w przypadku rysowania fraktali, które pojawiają się jako wynik.

Szczegółowy opis metody Newtona-Raphsona w 2D.

Jeżeli układ równań zapiszemy w postaci:

$$f(x, y) = 0 \tag{1a}$$

$$g(x, y) = 0 \tag{1b}$$

i oznaczymy przez $\{x_0, y_0\}$ wartości startowe to kolejne przybliżenie obliczamy ze wzoru:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \mathcal{J}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} f_0 \\ g_0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

gdzie:

$$f_0 \equiv f(x_0, y_0), \quad g_0 \equiv g(x_0, y_0).$$

Symbol \mathcal{J} oznacza *jakobian*, czyli macierz utworzoną z pochodnych:

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{pmatrix}.$$

\mathcal{J}^{-1} oznacza macierz odwrotną (**Inverse**) obliczaną dla $x = x_0, y = y_0$.