

Problem nieśmiertelnych macierzy

A. Odrzywólek

Aktualizacja: 20 listopada 2022

Jednym z zagadnień badanych w ramach 10-tego problemu Hilberta [1], jest **problem nieśmiertelności macierzy**. Dla przykładu, mamy dane macierze kwadratowe 3×3 utworzone wyłącznie z liczb $\{-1, 0, 1\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

i zadajemy pytanie, czy ich iloczyn w dowolnej kombinacji może być równy macierzy zerowej

$$A \cdot B \cdot A \cdot A \cdot \dots \cdot B \cdot B \stackrel{?}{=} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Celem projektu jest próba ustalenia, czy każda para macierzy 3×3 utworzonych z liczb $\{-1, 0, 1\}$ jest śmiertelna. Warte uwagi są także warianty powyższego problemu, dla innego rozmiaru macierzy lub wyboru elementów z których są utworzone.

Literatura

- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_undecidable_problems#Problems_about_matrices,
https://en.wikipedia.org/wiki/Zero_matrix#Occurrences
- [2] <https://math.stackexchange.com/questions/852424/mortality-problem>