

Automatyczna analiza wymiarowa

A. Odrzywólek

Aktualizacja: 24 stycznia 2023

Jednym z kluczowych zagadnień fizyki jest analiza wymiarowa. Typowym zadaniem jest odpowiedź na pytanie, czy z kilku znanych wielkości o zadanych wymiarach można przez mnożenie/dzielenie/potęgowanie utworzyć inną, także o znanym wymiarze. Jako przykład rozpatrzmy zadanie z astrofizyki. Chcemy obliczyć tempo akrecji (zwiększania masy) \dot{M} przez obiekt o masie M , poruszający się z prędkością v w środowisku o gęstości ρ .

Jednostki każdego ze składnika są znane

$$[\dot{M}] = \frac{kg}{s}, [M] = kg, [v] = \frac{m}{s}, [\rho] = \frac{kg}{m^3}.$$

Do tego dochodzi stała grawitacji o wymiarze $[G] = \frac{m^3}{s^2 kg}$.
Czy istnieje wyrażenie postaci

$$[G]^\alpha [M]^\beta [v]^\gamma [\rho]^\delta$$

tożsamościowo równe $[\dot{M}] = kg/s$? Czy współczynniki $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ są wyznaczone jednoznacznie? Czy są liczbami całkowitymi/wymiernymi? Czy sytuacja zmieni się, gdy potraktujemy czynnik GM jako jedną stałą o wymiarze $[GM] = m^3/s^2$?

Notatnik w Mathematicie powinien przeprowadzać taką analizę automatycznie. Np:

In:=**DimensionalEquality**[**{{GM,m³/s²},{v,m/s},{ρ,kg/m³}}**], **{kg/s}**]

Out = $G^2 M^2 v^{-3} \rho^{-1}$

Literatura

- [1] Jerzy Karczmarczuk, O wymiarze wielkości fizycznych (część 1) FOTON 102, Jesień 2008 21