

ZESTAW ZADAŃ 8

Zadanie 1.

Porównać eliptyczne orbity o identycznych punktach powrotu r_{min} i r_{max} w potencjałach centralnych:

$$U_1 = -\frac{k_1}{r}, \quad \text{oraz} \quad U_2 = \frac{1}{2} k_2 r^2. \quad (1)$$

Wyznaczyć parametry elipsy w zależności od energii E i krętu J .

Zadanie 2.

Do lejka o kącie rozwarcia 2α umieszczonego pionowo w jednorodnym polu grawitacyjnym g włożono dwie kulki o masach m_1 i m_2 połączone nitką o długości L . Kulka m_1 ślizga się bez tarcia po jego powierzchni, a kulka m_2 zwisa pionowo w dół poniżej stożka (Rys. 1). Z badać ruch układu.

Zadanie 3.

Czy w polu o potencjale:

$$U(r) = -\frac{1}{3r} - \frac{1}{4r^3} \quad (3)$$

jest możliwy ruch, w którym okres małych drgań w kierunku radialnym T_{rad} jest znacznie mniejszy od okresu orbitalnego T_{orb} ?

Wskazówka: Kotkin, Rys. 56b

Zadanie 4.

Ile razy obiegnie dookoła centrum pola cząstka która spada do środka, jeżeli potencjał jest równy:

$$U(r) = \frac{\alpha}{r^2}. \quad (4)$$

Wskazówka: Kotkin, Zad. 2.8.

Zadanie 5.

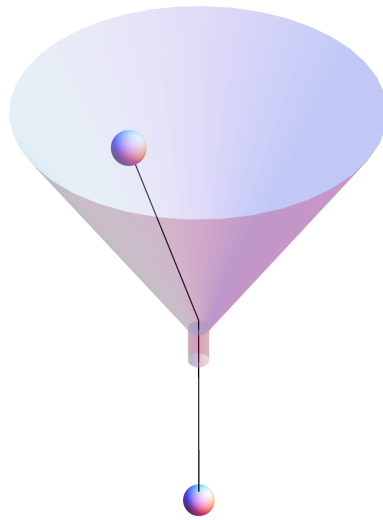
Wykazać, że tor ruchu cząstki o energii $E = 0$ w polu centralnym o potencjale:

$$U(r) = -1/r^4 \quad (5)$$

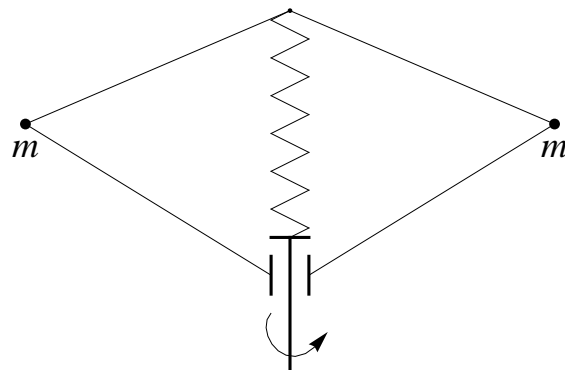
jest okręgiem *przechodzącym przez centrum pola*.

Zadanie 6.

Podać Lagrangian i zbadać ruch regulatora Watta (Rys. 2). Ramiona w których umieszczono masy m są ruchome, a całość może obracać się dookoła osi pionowej.



Rysunek 1: Lejek w polu grawitacyjnym i poruszająca się po nim kulka o masie m_1 połączona ze zwisającą swobodnie masą m_2 .



Rysunek 2: Schemat układu mechanicznego regulatora Watta.