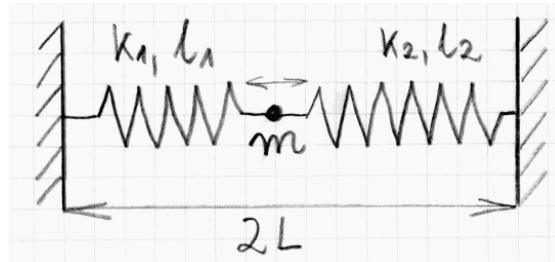


## ZESTAW ZADAŃ 4

### Zadanie 1.

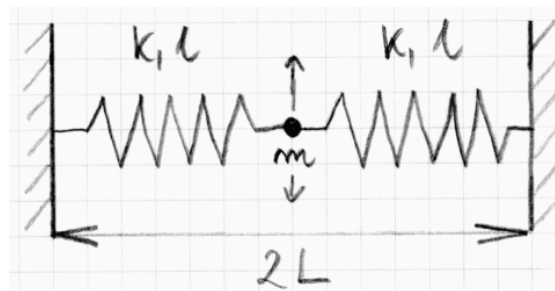
Napisać funkcję Lagrange'a, wyprowadzić równania ruchu, podać zasadę zachowania energii oraz rozwiązanie ogólne dla układu na Rys. 1. Masa  $m$  porusza się tylko poziomo (układ posiada jeden stopień swobody). Obliczyć naprężenie sprężyn w stanie równowagi.



Rysunek 1: Schemat układu mechanicznego z Zad. 1. Sprężyna po lewej stronie posiada współczynnik  $k_1$  i długość w spoczynku  $l_1$ ; prawa sprężyna odpowiednio  $k_2$  i  $l_2$ .

### Zadanie 2.

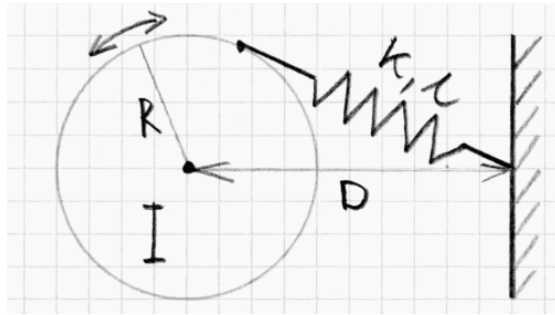
Napisać funkcję Lagrange'a, podać równania ruchu i wyznaczyć położenie równowagi dla układu mechanicznego z Rys. 2. Masa  $m$  porusza się tylko pionowo. Podać rozwiązanie równania ruchu w przypadku małego odchylenia od położenia równowagi. Rozpatrzyć osobno przypadki gdy  $l = L$  i  $l \neq L$ . [ Kotkin, Zad. 5.7b ]



Rysunek 2: Schemat układu mechanicznego z Zad. 2.

### Zadanie 3.

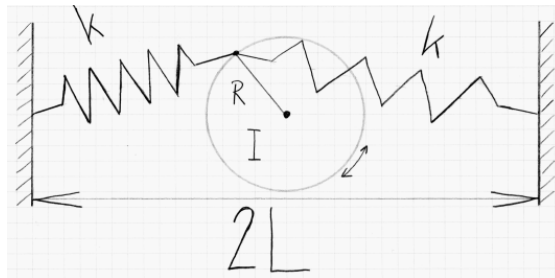
Zbadać ruch układu z Rys. 3. Krążek o momencie bezwładności  $I$  i promieniu  $R$  może się obracać w płaszczyźnie rysunku. Oś obrotu jest zamocowana na stałe w odległości  $D$  od miejsca zaczepienia sprężyny.



Rysunek 3: Schemat układu mechanicznego z Zad. 3. Sprężyna jest zamocowana do krążka w sposób nieutrudniający jego obrotu.

#### Zadanie 4.

Zbadać ruch układu z Rys. 4. Długość spoczynkowa sprężyn wynosi zero, a krążek o momencie bezwładności  $I$  i promieniu  $R$  jest zamocowany obrotowo w połowie odległości pomiędzy punktami zaczepienia sprężyn.



Rysunek 4: Schemat układu mechanicznego do Zad. 4.

#### Zadanie 5.

Pokazać, że dla układu o jednym stopniu swobody opisanego niezależną od czasu funkcją Lagrange'a wyrażenie:

$$\dot{q} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \mathcal{L} = \text{const} \equiv E. \quad (6)$$

#### Zadanie 6.

Zbadać ruch koralika o masie  $m$  (punktu materialnego) poruszającego się bez tarcia po ustawionej pionowo w jednorodnym polu grawitacyjnym spirali Archimedesesa.