

## ZESTAW ZADAŃ 3

### Zadanie 1.

Dokończyć Zestaw 2.

*Wskazówka do Zad. 5:* Metody rozwiązywania są omówione np. w:

- I.N. Bronsztejn, K.A. Siemiendiajew, *Matematyka. Poradnik encyklopedyczny*, dowolne wydanie, CZĘŚĆ IV, Rozdz. 5. *Układy równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach* oraz CZĘŚĆ IV, Rozdz. 2. Paragraf „Punkty osobliwe równania różniczkowego” (krzywe fazowe, równania w przykładach są podzielone stronami)

### Zadanie 2.

Pokazać, że wyrażenie:

$$\mathbf{X}(t) = A_1 \mathbf{v}_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 \mathbf{v}_2 e^{\lambda_2 t} + \dots, \quad (2a)$$

gdzie  $\mathbf{v}_i$  jest wektorem własnym stałej macierzy  $\mathbf{A}$  do wartości własnej  $\lambda_i$ , jest rozwiązaniem równania różniczkowego pierwszego rzędu:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}. \quad (2b)$$

Podać przykład układu (2b), dla którego istnieje rozwiązanie **nie mające** postaci (2a).

### Zadanie 3.

Znaleźć równanie najkrótszej krzywej łączącej dwa punkty na płaszczyźnie:

- a) we współrzędnych kartezjańskich
- b) we współrzędnych biegunowych

### Zadanie 4.

Znaleźć równanie krzywej płaskiej o długości  $L$ , która razem z odcinkiem o długości  $l$  położonym na osi  $Ox$  obejmuje największe pole (tzw. zagadnienie izoperymetryczne).