Zadanie 1.

Wyprowadzić wzory na transformację Lorenzta $(x, t) \to (x', t')$ przekształcając wzory na obrót hiperboliczny o kąt ψ. Porównać rachunek ze zwykłym płaskim obrotem w przestrzeni euklidesowej.

Wskazówka:

$$\operatorname{tgh}\psi = \frac{v}{c}, \qquad \cosh^2\psi - \sinh^2\psi = 1.$$

Zadanie 2.

Z rakiety poruszającej się względem pewnego układu A z prędkością $c/3$ wystrzelono drugą, poruszającą się względem niej z z prędkością $c/3$, a z tej drugiej pocisk również z prędkością $c/3$. Jaka jest prędkość pocisku względem układu A.

Zadanie 3.

Znaleźć energię (zerowa składowa czteropędu) fotonu poruszającego sie w kierunku osi y oraz fotonu poruszającego się w kierunku x w układzie poruszającym sie z prędkością v w kierunku osi x. Osie x i y są prostopadłe.

Zadanie 4.

Składamy 10-krotnie prędkość $v = c/10$. Jaka jest prędkość wypadkowa? Podać wartość numeryczną.

Zadanie 5.

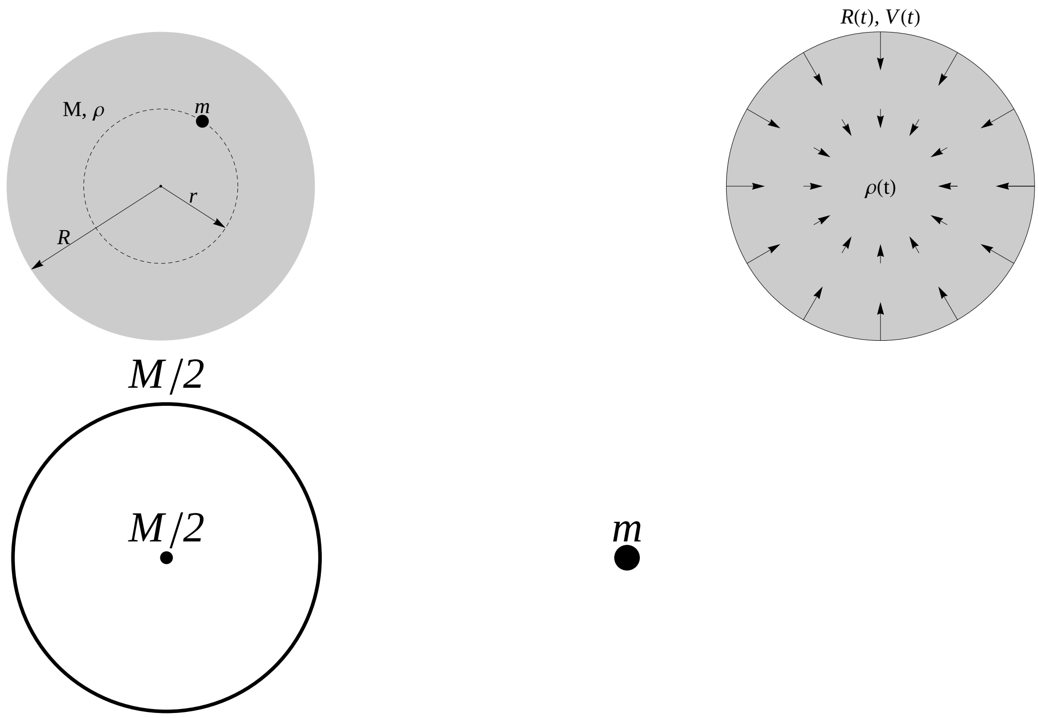
Jeden proton spoczywa, a drugi zbliża się do niego z nieskończoności z energią początkową E_0. Protony zbliżają się i po osiągnięciu odległości najmniejszego zbliżenia oddalają się od siebie. Znaleźć kąt względny pomiędzy kierunkami prędkości protonów gdy oddalą się one do nieskończoności. Rozważyć osobno opis nierelatywistyczny i relatywistyczny.

Zadanie 6.

Na śliskim lodzie leży cienki pręt o masie M i długości L. W jego koniec uderza kamień o masie m, który wcześniej poruszał się z prędkością v prostopadle do pręta. Zakładając, że zderzenie było idealnie sprężyste, obliczyć prędkość kątową pręta po zderzeniu.

Zadanie 7.

Dwa zamocowane na sztywnej osi koła zębate o promieniach R_1 i R_2, z których pierwsze obraca się z prędkością kątową ω, a drugie spoczywa, zbliżają się do siebie, tak, że następuje idealnie sprężyste zderzenie pomiędzy zębami. Obliczyć prędkości kątowe kół po zderzeniu. Założyć, że koła są walcami, o tej samej gęstości i wysokości



Rysunek 1: Ilustracja do Zad. 9 (po lewej), Zad. 10 (poniżej) i Zad. 11 (po prawej).

Zadanie 8.

Dwie masy m są połączone nieważkim i nierozciągliwym sznurkiem o długości l, i początkowo się stykają. Jedna z nich zostaje popchnięta z prędkością v w taki sposób, że masy początkowo się oddalają. Wyznaczyć dalszy ruch układu. Ruch potraktować jako jednowymiarowy, opory zaniedbać.

Zadanie 9*.

Obliczyć częstość orbitalną dla grawitującego układu pokazanego na rysunku. Jednym ze składników jest jednorodna kula o masie M i promieniu R. Drugim, masa punktowa m poruszająca się względem masy M *wewnątrz* po okręgu o promieniu $r < R$ (Rys. 1, po lewej).

Zadanie 10*.

Wyznaczyć okres orbitalny dla układu składającego się z mas punktowych m i $M/2$, oraz sferycznej powłoki o masie $M/2$ (Rys. 1, po lewej).

Zadanie 11*.

Obliczyć czas zapadania się do punktu pod wpływem własnej grawitacji (tzw. kolaps grawitacyjny) jednorodnej kuli „pyłu” o gęstości ρ, zakładając, że w każdej chwili jej gęstość nie zależy od promienia (tzn. gęstość jest funkcją wyłącznie czasu: $\rho = \rho(t)$, Rys. 1, w środku).