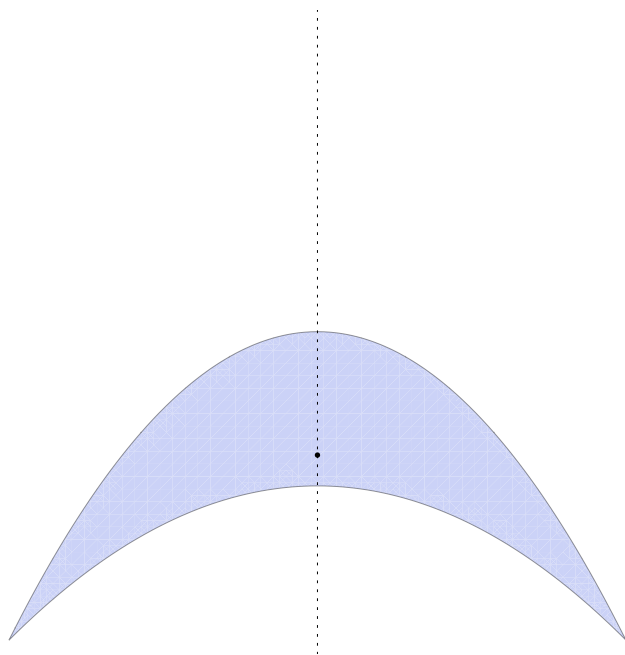


Zadanie 1.

Obliczyć energię kinetyczną E_k i moment pędu J „bumerangu” (Rys. powyżej) obracającego się wokół osi prostopadłej do jego płaszczyzny i przechodzącej przez środek masy z prędkością kątową Ω . Kształt „bumerangu” jest zdefiniowany nierównościami:

$$-(x/a)^2/2 - 1/2 < y/a < -(x/a)^2,$$

natomiast jego gęstość powierzchniowa wynosi σ .

ODP: $E_k = \frac{2}{25}\sigma a^4\Omega^2, J = \frac{4}{25}\sigma a^4\Omega.$

Zadanie 2.

Oblicz współrzędne środka masy jednorodnego półokręgu o promieniu R .

Zadanie 3.

Oblicz tensor momentu bezwładności \mathcal{I} dla walca o masie M , promieniu R i wysokości H .

ODP:

$$\mathcal{I} = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}M(H^2 + 3R^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}M(H^2 + 3R^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{MR^2}{2} \end{pmatrix}$$

Zadanie 4.

Dane są dwa koła rowerowe: przednie i tylne. Masa przedniego wynosi $m_1 = 1.8$ kg, masa tylnego $m_2 = 2.4$ kg. Oba koła zostały rozkręcone do prędkości kątowej $\omega = 6.28$ rad s^{-1} , a następnie podparte na końcu osi (**na jednym końcu**). Długość osi przedniego koła wynosi $d_1 = 110$ mm, a tylnego koła $d_2 = 135$ mm. W obu przypadkach zmierzono identyczny okres precesji $T = 4$ sekundy. Które koło ma większy moment bezwładności?

Zadanie 5.

Narysować wykres pokazujący zależność grawitacyjnej energii potencjalnej $E_p(r)$ od odległości od centrum jednorodnej kuli o masie M i promieniu R dla masy próbnej m . Zakładamy, że w nieskończoności $E_p \rightarrow 0$. Zaznaczyć na osi wartości $E_p(R)$ oraz $E_p(0)$. Porównać z analogicznym wykresem dla sfery i masy punktowej.

Zadanie 6.

Ze środka sferycznie symetrycznej planetoidy o masie M i promieniu R wystrzelono z prędkością v_0 pocisk. Jaka jest minimalna prędkość niezbędna aby a) dotrzeć do powierzchni; b) opuścić pole grawitacyjne planetoidy, jeżeli rozkład gęstości ρ w zależności od promienia r wynosi:

$$\rho = \text{const} \quad (6a)$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \quad (6b)$$

Zadanie 7.

Obliczyć czas przelotu masy próbnej przez tunel wywiercony w jednorodnej kuli o promieniu R i masie M , pod wpływem jej przyciągania grawitacyjnego. Rozważyć dwa przypadki:

1. tunel przechodzi przez środek kuli
2. * tunel *nie* przechodzi przez środek kuli

Zadanie 8.

Ze stałej Plancka, stałej grawitacyjnej, prędkości światła i stałej kosmologicznej można przy pomocy mnożenia, dzielenia i potęgowania utworzyć wielkość bezwymiarową. Podać jej wzór i wartość numeryczną.

Zadanie 9.

Z pozbawionego atmosfery sferycznego ciała niebieskiego o masie M i promieniu R wystrzelony został z prędkością v stycznie do powierzchni obiekt. Na jaką maksymalną odległość oddali się on od powierzchni ciała?