

Zadanie 1.

Oblicz:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} - (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \quad (1a)$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) - (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{a} \quad (1b)$$

$$(\mathbf{b} - 2\mathbf{a}) \cdot \mathbf{c} + 2\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) - \mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{c}) \quad (1c)$$

$$[(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{b} - \mathbf{a})] \cdot [(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} + \mathbf{b})] - 3(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^2 \quad (1d)$$

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (1e)$$

Zadanie 2.

Znajdź wektor prostopadły do każdego z wektorów:

$$\mathbf{a} = \{3, -3, -1, 3\}, \quad \mathbf{b} = \{0, -1, -2, 1\}, \quad \mathbf{c} = \{-3, -1, -1, 1\}. \quad (2)$$

Jak sprawdzić, czy powyższe wektory są równoległe?

Zadanie 3.

Dane są współrzędne wektorów:

$$\mathbf{a} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{1, -1, 1\}, \quad \mathbf{c} = \{1, -1, 0\}.$$

Oblicz:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}), \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c}, \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}, \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \mathbf{c}, \quad \mathbf{c} \mathbf{b} \mathbf{a}. \quad (3)$$

Zadanie 4.

Przedyskutuj różne sposoby wyprowadzenia lub udowodnienia tożsamości:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \quad (4)$$

Zadanie 5.

Udowodnij, że wektory poniżej są prostopadłe:

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c} \perp \mathbf{b} \times \mathbf{a} + \mathbf{b} \times \mathbf{c} \quad (5a)$$

$$\mathbf{a} + \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{a} \perp (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) \times (\mathbf{a} + \mathbf{c}) \quad (5b)$$

Zadanie 6.

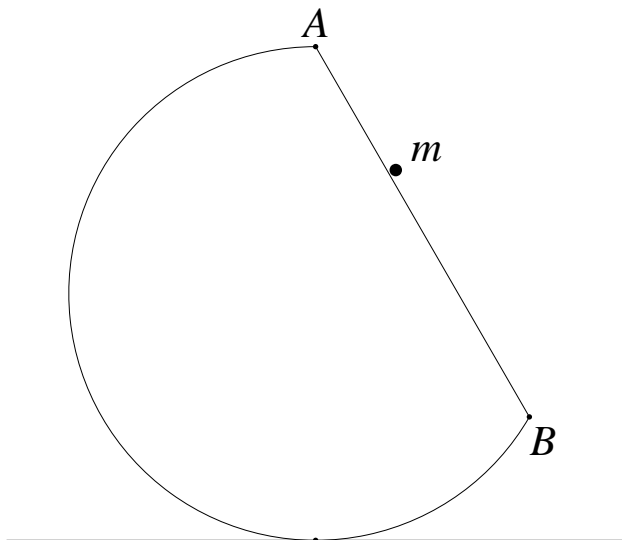
Proste ostrze noża nachylone pod kątem $\alpha \ll 1$ do poziomu spada w jednorodnym polu grawitacyjnym na poziomą kartkę papieru. Z jaką prędkością porusza się punkt rozcinania?

Zadanie 7.

Zakładamy, że hamulce autobusu rozpraszają energię w stałym tempie. Obliczyć zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu w trakcie hamowania od prędkości v_0 . Ile wynosi droga hamowania? Jakiej wielkości siły bezwładności działają na pasażerów?

Zadanie 8.

Ile czasu potrzeba aby punkt materialny zsunął się od punktu A do punktu B (Rys. 1)?



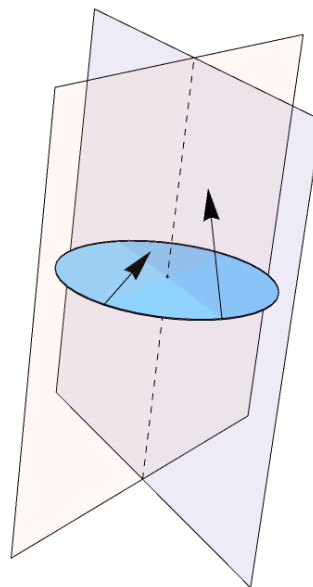
Rysunek 1: Okrąg ma promień R , a nat. pola grawitacyjnego o wartości g jest skierowane w dół.

Zadanie 9.

Raca wystrzelona z prędkością v_0 pionowo w górę eksploduje po czasie T rozrzucając odłamki sferycznie symetrycznie we wszystkich kierunkach z prędkością v_1 . Po jakim czasie połowa odłamków spadnie na ziemię?

Zadanie 10.

Dwa działa znajdujące się na poziomo położonym okręgu o promieniu R wystrzelują jednocześnie pociski z prędkościami odpowiednio v_1 i v_2 pod kątami α_1 i α_2 w płaszczyźnie przechodzącej przez środek okręgu. Podać warunki, które muszą być spełnione aby doszło do zderzenia. Co istotnie zmieniliby porzucenie warunku równoczesności wystrzału?



Rysunek 2: Ilustracja do Zad. 10.