

# ZESTAW ZADAŃ 7

## Zadanie 7.1

Oblicz:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

dla:

$$f(x) = x^2 \quad (1a)$$

$$f(x) = \exp x \quad (1g)$$

$$f(x) = x^3 \quad (1b)$$

$$f(x) = 1 \quad (1h)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad (1c)$$

$$f(x) = \sin x \quad (1i)$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad (1d)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (1e)$$

$$f(x) = \cos x \quad (1j)$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad (1f)$$

$$f(x) = \ln x \quad (1k)$$

## Zadanie 7.2

Dla podpunktów  $a), d), g)$ , oraz  $i)$  z Zad. 7.1 oblicz:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}.$$

## Zadanie 7.3

Zakładamy, że poniższa granica istnieje i jest znana:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon} = g(x).$$

Obliczyć:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{h(x+\epsilon) - h(x)}{\epsilon},$$

gdzie:

$$h(x) = f(\lambda x), \quad \lambda > 0.$$

**Zadanie 7.4**

Zakładamy, że poniższe granice istnieją i są znane:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \epsilon) - f(x)}{\epsilon} = f'(x),$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{g(x + \epsilon) - g(x)}{\epsilon} = g'(x).$$

Obliczyć:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{h(x + \epsilon) - h(x)}{\epsilon},$$

dla:

$$h(x) = 2f(x) + 3g(x) \quad (2a)$$

$$h(x) = f(x)g(x) \quad (2c)$$

$$h(x) = \frac{1}{f(x)} \quad (2b)$$

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad (2d)$$

**Zadanie 7.5**

Obliczyć pochodne względem  $x$  wyrażeń:

$$\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x - 1 \quad (3a)$$

$$\sin x \cos x \quad (3f)$$

$$e^{\sqrt{x}} \quad (3l)$$

$$27(x/27)^{4/3} \quad (3b)$$

$$2^{2x} \quad (3g)$$

$$e^{-x^3} \quad (3m)$$

$$\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)^2 \quad (3c)$$

$$(2 \exp x)^2 \quad (3h)$$

$$\ln \cos x \quad (3n)$$

$$\left(\frac{1}{x} - x\right)^3 \quad (3d)$$

$$\frac{2x - 1}{3x - 1} \quad (3i)$$

$$(2x)^{(2x)} \quad (3o)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{3}}} \quad (3e)$$

$$\operatorname{tg} x \quad (3j)$$

$$\sin(x \cos x) \quad (3k)$$

$$\sqrt{1 + x^2} \quad (3p)$$