

# ZESTAW ZADAŃ 7

## Zadanie 7.0

Dokończyć brakujące zadanie 6 z Zestawu 6.

## Zadanie 7.1

Udowodnić, wykorzystując rachunek różniczkowy, nierówności:

$$1 - \frac{1}{x} \leq \ln x \leq x - 1 \quad (1a)$$

$$\sqrt{1 - x^2} \leq 1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x \quad (1b)$$

## Zadanie 7.2

Obliczyć:

$$f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2$$

dla:

$$f(x) = (1 + x)^4 \quad (2a)$$

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} \quad (2e)$$

$$f(x) = \ln \cos x \quad (2i)$$

$$f(x) = \sqrt{1 + x} \quad (2b)$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + x} \quad (2f)$$

$$f(x) = e^{-x^2} \quad (2j)$$

$$f(x) = \cos x \quad (2c)$$

$$f(x) = \ln(1 - x) \quad (2g)$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x \quad (2d)$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} \quad (2h)$$

$$f(x) = (x + e)^x \quad (2k)$$

## Zadanie 7.3

Moment bezwładności  $I$  kuli o promieniu  $R$  i gęstości  $\rho$  opisuje wzór:

$$I = \frac{8}{15}\pi\rho R^5.$$

Promień kuli jest znany z dokładnością 1%. Z jaką dokładnością można obliczyć  $I$ ?

**Zadanie 7.4**

Oblicz różniczkę  $dy$ , czyli o ile zmieni się wartość  $y$ , jeżeli  $x$  wzrasta o nieskończenie małą wartość  $dx$ , dla:

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \quad (3a)$$

$$y = x^{2/3} \quad (3d)$$

$$y = \frac{1}{x^2 - \lambda^2} \quad (3f)$$

$$y = \cos \omega x \quad (3b)$$

$$y = \ln(x/x_0) \quad (3c)$$

$$y = \exp(-x^2/\sigma^2) \quad (3e)$$

$$y = a^x \quad (3g)$$

**Zadanie 7.5**

Korzystając ze wzoru:

$$f'(x) = \frac{1}{(f^{-1})'[f(x)]}$$

wynikającego z twierdzenia o pochodnej funkcji odwrotnej, wyprowadź wzory na pochodne funkcji:

$$f(x) = \ln x \quad (4a)$$

$$f(x) = \arccos x \quad (4c)$$

$$f(x) = \arcsin x \quad (4b)$$

$$f(x) = \arctan x \quad (4d)$$