

ZESTAW ZADAŃ 6

Zadanie 6.1

Wykazać, że funkcja $f(x)$ określona wzorem:

$$f(x) = 2x + 3, \quad (1)$$

jest jednostajnie ciągła dla $x \in \mathbb{R}$.

Zadanie 6.2

Oblicz granicę ciągów funkcji:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + x^n} \quad (2a)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin nx}{n} \quad (2b)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \operatorname{tg}(x^2/n) \quad (2c)$$

Zadanie 6.3

Naszkieować wykresy funkcji $f(x)$ określonych wzorami:

$$f(x) = [x] \quad (3a)$$

$$f(x) = x - [x] \quad (3b)$$

$$f(x) = \frac{[x]}{|x|} \quad (3c)$$

Podać granice lewo- i prawostronne w punktach nieciągłości.

Zadanie 6.4

Podać dziedzinę, zbiór wartości, punkty nieciągłości, równania asymptot oraz ekstrema dla funkcji:

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 1} \quad (4)$$

Zadanie 6.5

Oblicz granice funkcji:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{x} \quad (5a)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x - \sqrt[3]{1 - x^3}} \quad (5b)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x)^{\frac{1}{x}} \quad (5c)$$

Zadanie 6.6

Zbadaj przebieg funkcji zadanej wyrażeniem:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2x}\right)^2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}. \quad (6)$$

Dokończyć brakujące zadania z Zestawu 4, w szczególności Zad. 4.4.