

ZESTAW ZADAŃ 3

Zadanie 3.1

Dla funkcji $f(x)$ zadanej w postaci wykresu (Rys. 1) narysuj:

$$f(-x) \quad (1a)$$

$$-f(x) \quad (1f)$$

$$f^{-1}(x) \quad (1k)$$

$$f(x) - 1 \quad (1b)$$

$$-f(-x) \quad (1g)$$

$$f(x + 1) \quad (1c)$$

$$|f(x)| \quad (1h)$$

$$1/f(x) \quad (1l)$$

$$-f(x) \quad (1d)$$

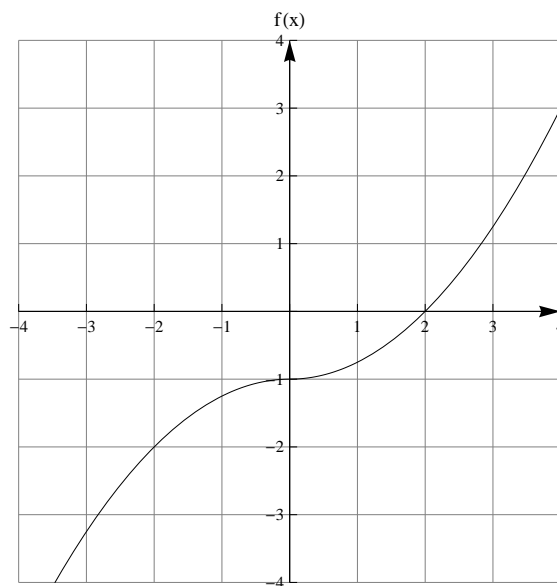
$$f(2x) \quad (1i)$$

$$f(2 - x) \quad (1e)$$

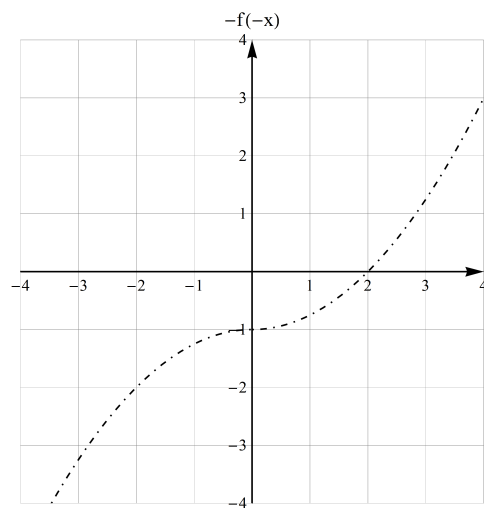
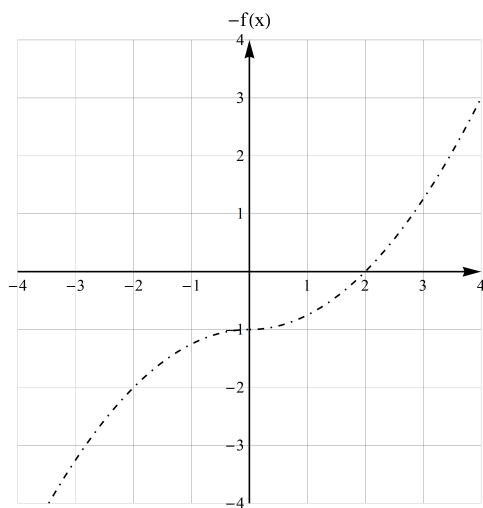
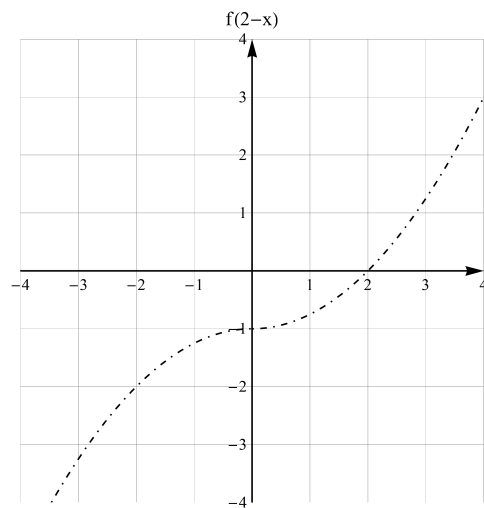
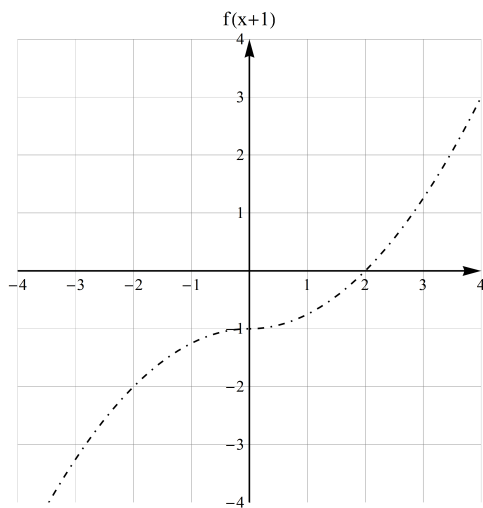
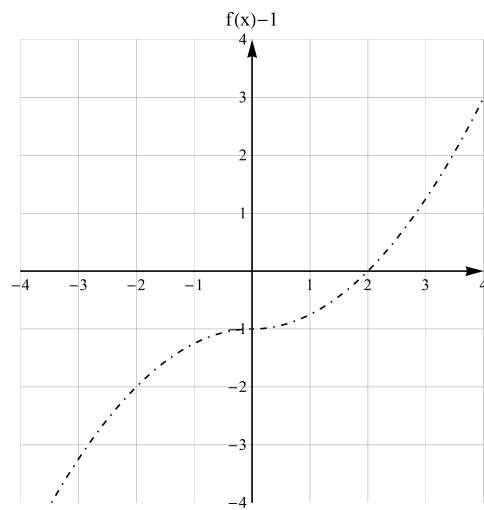
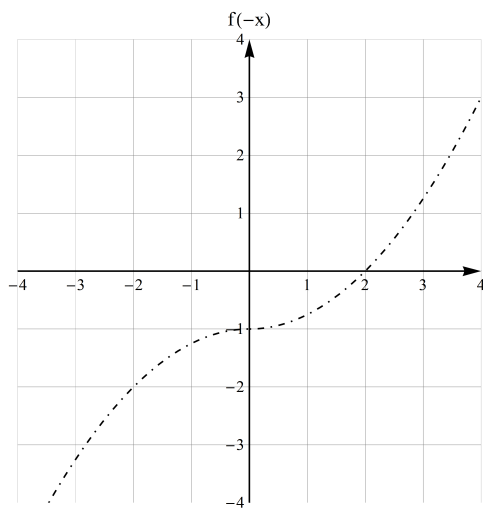
$$f(1/x) \quad (1j)$$

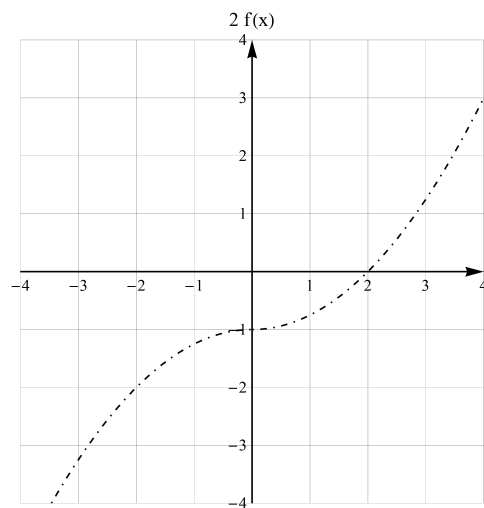
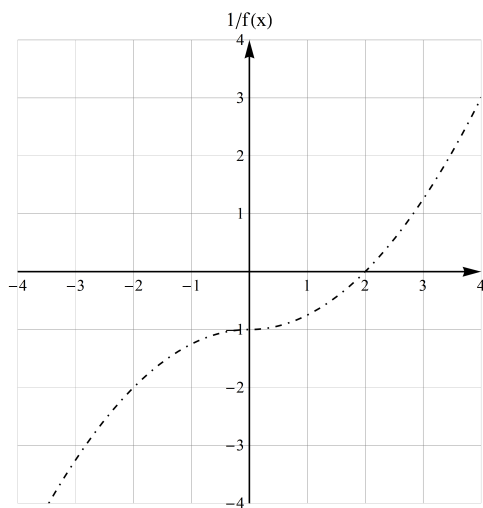
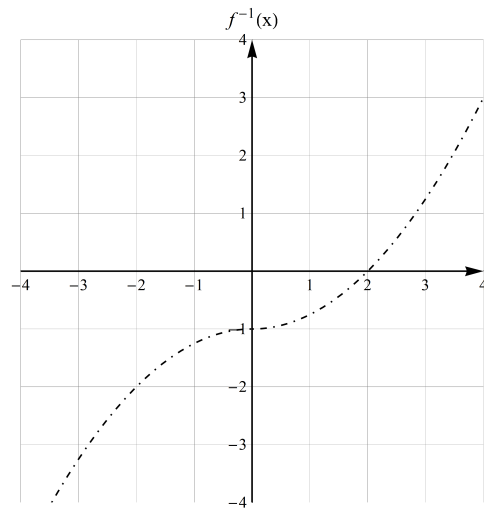
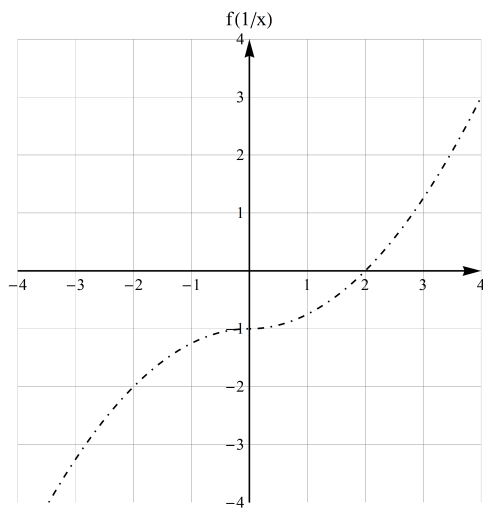
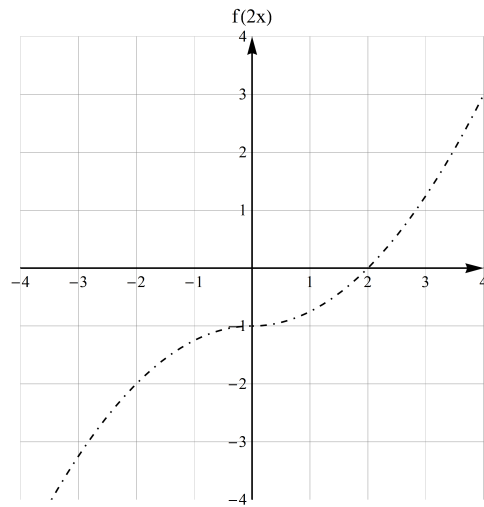
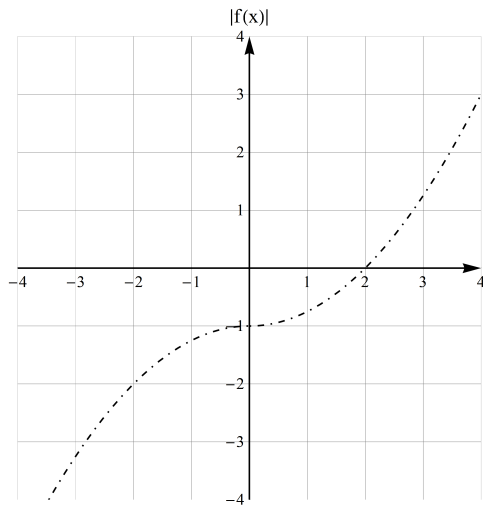
$$2f(x) \quad (1m)$$

Zapisz podane transformacje jako złożenie funkcji.



Rysunek 1: Funkcja $f(x)$ do Zadania 3.1





Zadanie 3.2

Naszkieuj wykresy funkcji elementarnych \sin , \cos , \exp , \ln .

Zadanie 3.2

Wyznacz złożenie funkcji $f \circ g \circ f$, jeżeli:

$$f(x) = -x, \quad g(x) = x + 1.$$

Zadanie 3.3

Wyznacz złożenie funkcji:

$$f \circ g, \quad \text{oraz} \quad g \circ f$$

dla:

$$f(x) = x - 1, \quad g(x) = 2x \tag{3a}$$

$$f(x) = \ln \frac{x^2}{2}, \quad g(x) = 2e^{\sqrt{x}} \tag{3b}$$

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = x^2 \tag{3c}$$

$$f(x) = \frac{1}{2 - 2x}, \quad g(x) = -\frac{2x + 3}{2x + 1} \tag{3d}$$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = x^x \tag{3e}$$

Zadanie 3.4

Podaj, jaki jest wynik 1002-krotnego złożenia funkcji:

$$f(x) = \frac{x - 1}{x}.$$

Zadanie 3.5

Znajdź wzór funkcji odwrotnej do:

$$f(x) = x^2 \quad (4a) \qquad f(x) = \sqrt{x} \quad (4d)$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad (4b) \qquad f(x) = \operatorname{tg} x \quad (4e)$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{x - 1} \quad (4g)$$

$$f(x) = x \quad (4c) \qquad f(x) = 2x + 3 \quad (4f) \qquad f(x) = 2^x \quad (4h)$$

Określ kiedy funkcja jest odwracalna. Narysuj na jednym wykresie funkcję i funkcję odwrotną.

Zadanie 3.6

Wyznacz dziedzinę funkcji f danej wzorem:

$$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(1+x) - \log_{\frac{1}{2}}(8-x)}$$

Zadanie 3.7

Znajdź najprostszą postać i narysuj wykres funkcji:

$$f(x) = \exp(e^{\ln \ln x - \ln 2})$$

Zadanie 3.8

Wyznacz złożenie funkcji:

$$f \circ g \circ h \circ u$$

gdzie:

$$f(x) = Ax, \quad g(x) = x^2, \quad h(x) = \sin x, \quad u(x) = \omega x.$$

Zadanie 3.9

Przedstaw podaną funkcję złożoną jako złożenie pięciu jak najprostszych funkcji:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 x}}.$$

Zadanie 3.10

Udowodnij, że wynikiem n -krotnego ($n > 1$) złożenia funkcji:

$$f(x) = 1 + 1/x$$

jest funkcja:

$$g(x) = \frac{u_n + u_{n+1} x}{u_{n-1} + u_n x}$$

gdzie przez u_n oznaczono kolejne wyrazy ciągu Fibonacciego i $x \neq 0$.

Zadanie 3.11

Określ dziedzinę i narysuj przebieg funkcji określonych wzorem:

$$f(x) = \cos(\arccos x) \quad (11a)$$

$$f(x) = \arcsin(\sin x) \quad (11e)$$

$$f(x) = \sin(\arcsin x) \quad (11b)$$

$$f(x) = \arccos(2 \cos x) \quad (11f)$$

$$f(x) = \cos(2 \arccos x) \quad (11c)$$

$$f(x) = \cos(\arcsin x) \quad (11d)$$

$$f(x) = \arccos(\sin x) \quad (11g)$$