

# ZESTAW ZADAŃ 17

## Zadanie 17.1

Dana jest funkcja dwóch zmiennych:

$$F(x, y) = y e^{-x}. \quad (1a)$$

Na płaszczyźnie  $x, y$  definiujemy krzywą (parabolę) równaniem:

$$y = x^2. \quad (1b)$$

W którym punkcie paraboli funkcja  $F(x, y)$  przyjmuje wartości ekstremalne? W celu lepszego zrozumienia zadania, sugeruję rozwiązać je dwoma sposobami:

- sprowadzając problem do badania funkcji jednej zmiennej,
- wprowadzając mnożnik Lagrange'a.

## Zadanie 17.2

Entropia Shannona dla prawdopodobieństw  $p_i$  jest zdefiniowana wzorem:

$$S = - \sum_{i=1}^n \ln(p_i^{p_i}) \quad (2a)$$

gdzie  $n$  - liczba rozważanych zdarzeń.

Suma wszystkich prawdopodobieństw musi być równa jeden:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (2b)$$

Traktując (2a) jako funkcję  $n$ -zmiennych  $S = S(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , znaleźć jej maksimum pod warunkiem, że zachodzi (2b). Zadanie rozwiązać dla  $n = 2$  i  $n = 3$ .

## Zadanie 17.3

Rozwinąć w szereg Taylora w punkcie  $(0, 0)$  do wyrazów drugiego rzędu funkcję:

$$F(x, y) = \sqrt{1 + xy}.$$