

# ZESTAW ZADAŃ 13

## Zadanie 13.1

Niech  $t = \operatorname{tg} x/2$ . Obliczyć  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$  oraz:

$$\frac{d}{dx} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)$$

jako funkcję  $t$ .

## Zadanie 13.2

Oblicz podane całki, stosując podstawienie uniwersalne:

$$\int \frac{dx}{\cos x} \quad (1a)$$

$$\int \tan x \, dx \quad (1b)$$

$$\int \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x} \, dx \quad (1c)$$

$$\int \frac{\sin x + 1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} \, dx \quad (1d)$$

$$\int \frac{\cos^2 x \, dx}{1 - \sin^2 x - \cos x} \quad (1e)$$

## Zadanie 13.3

Sprowadź zadane całki do całek z funkcji wymiernych:

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x} \quad (2a)$$

$$\int \frac{\sin(x) \, dx}{1 + \sin x - \sin^2 x} \quad (2b)$$

$$\int \frac{\cos x + 1}{\cos^2 x - \cos x} \, dx \quad (2c)$$

$$\int \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x + 1} \, dx \quad (2d)$$

$$\int \frac{2 \cos^2(x) + 3 \cos(x)}{1 - 3 \cos(x)} \, dx \quad (2e)$$

**Zadanie 13.4**

Pokaż, że:

$$\int \operatorname{tg}^n x \, dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x \, dx. \quad (3)$$