

KOLOKWIUM IV

- Ilość zadań: 4
- Możliwa do uzyskania ilość punktów: 10
- Czas trwania : 90 minut
- Kolejność rozwiązywania zadań: dowolna
- Zasady punktacji, co 0.25 pkt, za każdy dobrze zrobiony podpunkt
- kategoryczny zakaz używania notatek, gotowych przykładów rozwiązania, podręczników, tablic, telefonów komórkowych, tabletów, *WolframAlpha* itp.

Zadanie IV.1

Naszkiej wykres funkcji:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} \quad (1)$$

zaznaczając przecięcia z osiami, asymptoty i ekstrema.
(3 pkt)

Zadanie IV.2

Oblicz granice:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} \quad (2a)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12e^x}{x^4} \quad (2b)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} \quad (2c)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(e^{-1/x^2} \right)^x \quad (2d)$$

(2 pkt)

Zadanie IV.3

Oblicz całki nieoznaczone:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 2} \quad (3a)$$

$$\int \sin(\sin x) \cos x \, dx \quad (3b)$$

$$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^3 dx \quad (3c)$$

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad (3d)$$

(4 pkt)

Zadanie IV.4Udowodnij, że dla $n > 0$ zachodzi wzór:

$$\int x(ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+2}}{a^2(n+2)} - b \frac{(ax + b)^{n+1}}{a^2(n+1)}. \quad (4)$$

(1 pkt)