

## KOŁOKWIUM II

- Ilość zadań:
- Możliwa do uzyskania ilość punktów: 10
- Czas trwania : 90 minut
- Kolejność rozwiązywania zadań: dowolna
- Zasady punktacji, co 0.25 pkt, za każdy dobrze zrobiony podpunkt
- kategoryczny zakaz używania notatek, gotowych przykładów rozwiązania, podręczników, tablic, telefonów komórkowych, tabletów itp.

### Zadanie II.1

Narysuj wykresy funkcji przekształconych, zgodnie z załączonymi wykresami (na osobnej kartce):

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2}(2 - x)^2.$$

(3 pkt)

### Zadanie II.2

Dane są cztery funkcje:

$$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = 1 - \frac{1}{2x}, \quad f_3(x) = \frac{x-1}{2x-1}, \quad f_4(x) = \frac{1}{2(1-x)}$$

- a) Wyznaczyć złożenia każdej z podanych funkcji z pozostałymi (a także z sobą samą) wypełniając tabelkę:

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
$f_1$	$(f_1 \circ f_1)(x)$	$(f_1 \circ f_2)(x)$	$(f_1 \circ f_3)(x)$	$(f_1 \circ f_4)(x)$
$f_2$	$(f_2 \circ f_1)(x)$	$(f_2 \circ f_2)(x)$	$(f_2 \circ f_3)(x)$	$(f_2 \circ f_4)(x)$
$f_3$	$(f_3 \circ f_1)(x)$	$(f_3 \circ f_2)(x)$	$(f_3 \circ f_3)(x)$	$(f_3 \circ f_4)(x)$
$f_4$	$(f_4 \circ f_1)(x)$	$(f_4 \circ f_2)(x)$	$(f_4 \circ f_3)(x)$	$(f_4 \circ f_4)(x)$

- b) Obliczyć funkcje odwrotne  $f_1^{-1}(x), f_2^{-1}(x), f_3^{-1}(x), f_4^{-1}(x)$ . (1 pkt)
- c) Jeżeli podpunkty a) i b) zostały wykonane poprawnie, to każda z 20 odpowiedzi powinna być jedną z funkcji  $f_1, f_2, f_3$  lub  $f_4$ . Przepisać wyniki podpunktów a) i b) używając tylko i wyłącznie zadanych funkcji, np.  $f_1 \circ f_1 = f_1$ , itd. (1 pkt)

d) Określić dziedzinę i zbiór wartości funkcji  $f_1, f_2, f_3$  i  $f_4$  (1 pkt)

**Zadanie II.3**

Dla jakich wartości rzeczywistych  $x$  podany szereg jest bezwzględnie zbieżny:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n.$$

(1 pkt)

**Zadanie II.4**

Podać definicje w postaci szeregów potęgowych funkcji  $\sin x, \cos x, \exp x$ . Wypisać jawnie co najmniej trzy pierwsze wyrazy tych szeregów. (1 pkt)



