

# ZESTAW ZADAŃ 1

## Zadanie 1.1

Dane są wektory  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  o współrzędnych:

$$\vec{u} = \{-1, 1\}, \quad \vec{v} = \{-2, -2\}, \quad \vec{w} = \{0, 3\}.$$

Oblicz:

$$\begin{aligned} \vec{u} + \vec{w}, & \quad (1a) & \vec{u} - 2(\vec{u} + 3\vec{w}), & \quad (1d) \\ -\vec{u} - \vec{v}, & \quad (1b) & 2\vec{w} - (2\vec{u} - \vec{v}), & \quad (1e) \\ \vec{u} + 2\vec{w} - \vec{v}, & \quad (1c) & -\vec{u} + [\vec{v} + (2\vec{u} + 2\vec{v})]. & \quad (1f) \end{aligned}$$

Przedstaw interpretację geometryczną powyższych działań algebraicznych w postaci strzałek na płaszczyźnie.

## Zadanie 1.2

Dane są wektory  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  o współrzędnych:

$$\vec{a} = \{2, 2, -1\}, \quad \vec{b} = \{0, 3, 0\}, \quad \vec{c} = \{2, 0, 0\}.$$

Oblicz:

$$\begin{aligned} \vec{a} - \vec{b}, & \quad (2a) & \vec{a} - 3(\vec{a} + 2\vec{b}), & \quad (2d) \\ -2\vec{a} - 2\vec{c}, & \quad (2b) & 3\vec{b} - (\vec{a} - \vec{c}), & \quad (2e) \\ 3\vec{c} + \vec{b} - \vec{a}, & \quad (2c) & -2\vec{a} + [\vec{c} + (-\vec{b} + \vec{a})]. & \quad (2f) \end{aligned}$$

## Zadanie 1.3

Oblicz iloczyn skalarny i wektorowy, kąt pomiędzy wektorami oraz długości wektorów:

$$\vec{u} = \{3, 4, 2\}, \quad \vec{v} = \{-1, 0, -2\}. \quad (3)$$

## Zadanie 1.4

Znajdź na płaszczyźnie jednostkowy wektor prostopadły do wektora  $\vec{a}$  o współrzędnych:

$$\vec{a} = \{-4, 3\}.$$

## Zadanie 1.5

Dane są współrzędne wektorów:

$$\mathbf{a} = \{1, 0, -1\}, \quad \mathbf{b} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{c} = \{1, -1, 0\}.$$

Oblicz:

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}, & (4a) \\
 \mathbf{a} \times \mathbf{b}, & (4b) \\
 \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{c}, & (4c) \\
 \mathbf{a}(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}), & (4d) \\
 \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} - 1 & (4e) \\
 \mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}), & (4f) \\
 (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}, & (4g) \\
 \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}, & (4h) \\
 \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c}, & (4i) \\
 \mathbf{0} + \mathbf{a}, & (4j) \\
 \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} & (4k) \\
 \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} & (4l) \\
 \mathbf{c} \cdot \mathbf{0}, & (4m) \\
 \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \mathbf{c}, & (4n) \\
 \mathbf{cba}, & (4o) \\
 \mathbf{a} \times \mathbf{a}. & (4p)
 \end{array}$$

**Zadanie 1.6**

Oblicz dla dowolnych wektorów  $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$  oraz  $\mathbf{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$ :

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} - (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b}), \quad (5a)$$

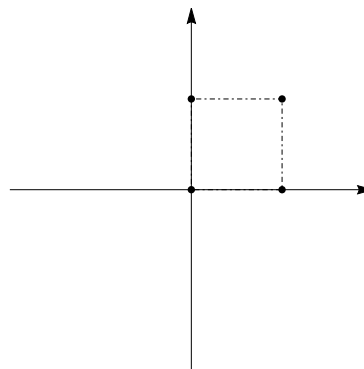
$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) - (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{a}, \quad (5b)$$

$$[(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{b} - \mathbf{a})] \cdot [(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} + \mathbf{b})] - 3(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^2, \quad (5c)$$

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}). \quad (5d)$$

**Zadanie 1.7**

Kwadrat o boku  $a$  umieszczono w układzie współrzędnych kartezjańskich w sposób pokazany obok. Podać współrzędne kartezjańskie i biegunowe wierzchołków.

**Zadanie 1.8**

Wektor  $\mathbf{r}(t)$  położenia punktu materialnego w zależności od czasu opisano wzorami:

$$\mathbf{r} = \{\cos \omega t, \sin \omega t, \omega t\}.$$

Obliczyć prędkość  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ , przyspieszenie  $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$ , ich długości  $r, v, a$  oraz:  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{r} \times \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v} \times \mathbf{a}$ .