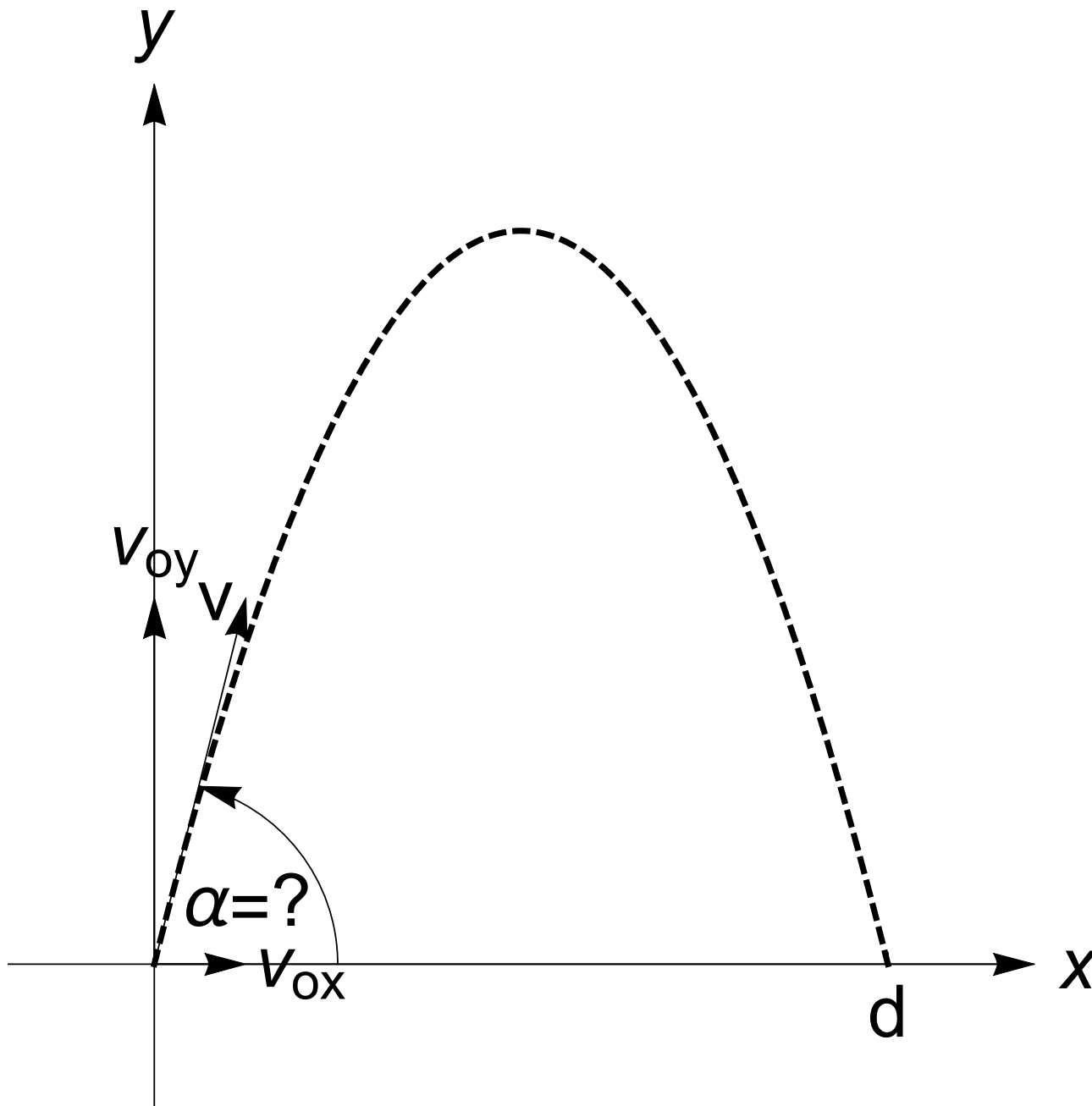


ZESTAW ZADAŃ 3

Zadanie 3.1

Wybieramy układ współrzędnych (x, y) jak na rysunku niżej.



Rozkładamy prędkość początkową \vec{v} na 2 składowe prostopadłe: poziomą v_{0x} i pionową v_{0y} :

$$v_{0x} = v \cos \alpha, \quad v_{0y} = v \sin \alpha$$

W kierunku poziomym nie działają żadne istotne siły. Zgodnie z I zasadą dynamiki Newtona, w takim przypadku ruch jest jednostajny, ze stałą szybkością v_{0x} . Położenie x w chwili t w kierunku poziomym wyraża więc wzór:

$$x(t) = v_{0x}t = v \cos(\alpha) t$$

W kierunku poziomym działa siła przyciągania grawitacyjnego, powodująca niezależnie od masy ciała ruch jednostajnie przyspieszony z przyspieszeniem równym $-g$. Położenie w kierunku pionowym, $y(t)$ wyraża wzór:

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v \sin(\alpha) t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Moment uderzenia w ziemię wyznaczamy z równania $y(t) = 0$. Jest to równanie o 2 rozwiązaniach:

$$t_1 = 0 \quad t_2 = \frac{2v \sin \alpha}{g}.$$

Moment $t_1 = 0$ odpowiada wyrzutowi, drugie rozwiązanie upadkowi (czas lotu).

Wstawiając t_2 do wzoru na $x(t)$ otrzymamy zasięg rzutu d :

$$d = x(t_2) = v \cos \alpha \frac{2v \sin \alpha}{g} = 2 \sin \alpha \cos \alpha \frac{v^2}{g} = \frac{v^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Szukany kąt jest rozwiązaniem równania:

$$\sin 2\alpha = \frac{gd}{v^2}.$$

Przyjmując $g = 10 \text{ m/s}^2$, otrzymujemy:

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2}.$$

Jednym z rozwiązań jest $2\alpha = 30^\circ$ czyli $\alpha = 15^\circ$. Ponieważ \sin jest funkcją okresową, rozwiązaniem jest też $2\alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$, czyli $\alpha = 75^\circ$.

Odpowiedź końcowa:

$$\alpha = 15^\circ \quad \text{lub} \quad \alpha = 75^\circ.$$

Zadanie 3.2

Ptaka upuścił kulisty orzeszek o masie $m = 15 \text{ g}$ i średnicy $d = 3 \text{ cm}$, który zaczyna spadać pionowo w dół. Jaką maksymalną prędkość v osiągnie? Zakładamy, że opór powietrza wynosi:

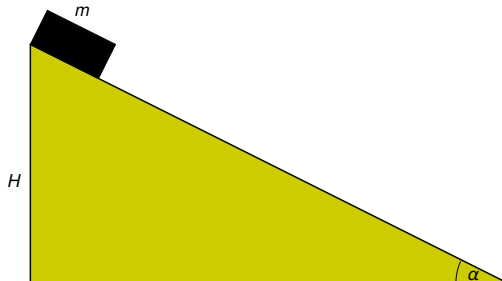
$$F = \frac{1}{2}C_x A \rho v^2,$$

gdzie A – przekrój czołowy, ρ – gęstość powietrza, C_x – bezwymiarowy współczynnik oporu, zob: <https://pl.wikipedia.org/wiki/Cx>.

Przedyskutować przypadek, kiedy w momencie upuszczenia ptak poruszał się poziomo z szybkością v_0 .

Zadanie 3.3

Klocek o masie m zsuwa się z równi pochyłej o wysokości H i nachyleniu α (Rys.). Obliczyć szybkość klocka na dole, oraz jego energię kinetyczną. Zakładamy, że tarcie i opory są pomijalnie małe.

**Zadanie 3.4**

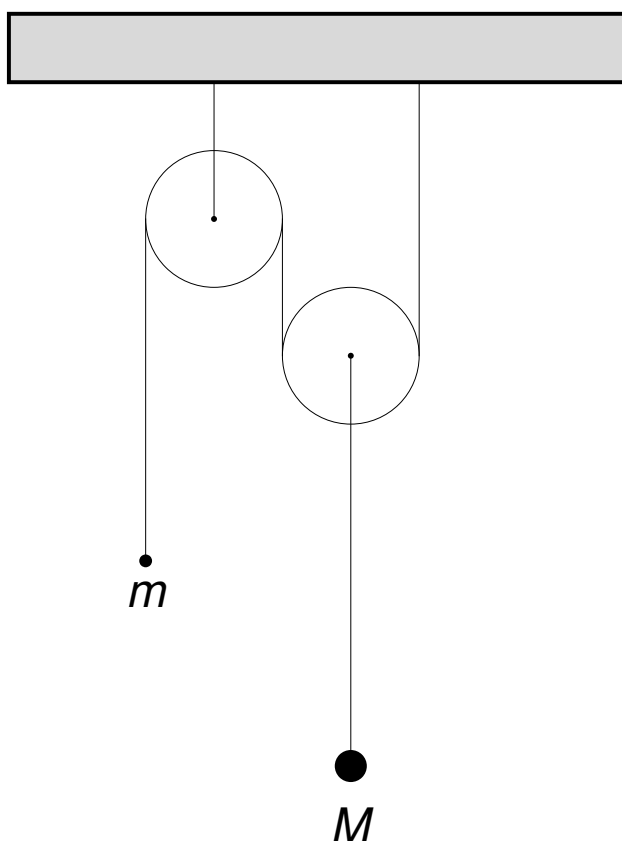
Jak w zadaniu 3.3, ale tym razem pomiędzy klockiem z równią działa siła tarcia o współczynniku tarcia μ . Jaki jest minimalny kąt α , aby klocek w ogóle zaczął się poruszać?

Zadanie 3.5

Kula o masie M i promieniu R stacza się bez poślizgu ze wzgórza o wysokości H , o nachyleniu α . Obliczyć prędkość liniową i kątową kuli na dole, oraz jej energię kinetyczną. Rysunek analogiczny do Zad. 3.3, ale klocek zastępujemy kulą.

Zadanie 3.6

Obliczyć przyspieszenia mas m i M oraz naprężenie liny jeżeli bloczki połączono jak na rysunku na odwrotnej stronie. Jakie muszą być masy m i M aby pokazany układ mógł spoczywać?



Zadanie 3.7

Wyznaczyć przyspieszenia mas m_1 i m_2 w układach nieważkich bloczków pokazanych poniżej. Następnie przedyskutować przypadek, gdy bloczki są krążkami o masie M i promieniu R .

