

Zadanie 1.

Rozwiąż za pomocą DSolve równania różniczkowe:

$$\frac{dy}{dt} = 2y + 1, \quad \alpha \frac{dy}{dt} = y(x) + \beta.$$

Podaj rozwiązanie szczególne tych równań dla $y(0) = 1$.

Zadanie 2.

Prosty przykład równania nieliniowego, to równanie opisujące krzywą wzrostu (logistyczne):

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - y).$$

Podaj rozwiązanie szczególne tych równań dla $y(0) = 1/2$ oraz $y(0) = 0, y'(0) = 1$. Narysuj wykres.

Zadanie 3.

Procesy regulacji i ekspresji genów można modelować za pomocą układów równań różniczkowych I rzędu. Rozwiąż układ powiązanych liniowych r. różniczkowych:

$$\frac{dy_1}{dt} = 2y_1 - 3y_2 + 4 \quad (1a)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -4y_1 + 3y_2 \quad (1b)$$

Narysuj rozwiązanie dla wybranych warunków początkowych. Znajdź stan ustalony ($y_1'(t) = y_2'(t) = 0$).

Zadanie 4.

W jednym z najprostszych modeli nieliniowych autokatalitycznych reakcji biochemicznych:



zależność niewiadomych stężeń od czasu $X(t)$ i $Y(t)$ opisuje układ równań różniczkowych zwyczajnych:

$$X'(t) = A + X^2Y - BX - X, \quad (3a)$$

$$Y'(t) = -X^2Y + BX. \quad (3b)$$

Rozwiązać (numerycznie!) układ równań dla kilku dowolnie wybranych stężeń w chwili $t = 0$, oraz przynajmniej dwóch przypadków stałych A i B.

Wyniki przedstawić na wykresie pokazującym zależności $X(t), Y(t)$ oraz na wykresie parametrycznym (na jednej osi X, na drugiej Y). Porównać wyniki uzyskane dla różnych stężeń początkowych w przypadkach $B - A > 1$ oraz $B - A < 1$.

WSKAZÓWKA: *powyższa analiza jest modelem zegara biochemicznego znanego jako **brusselator**.* Rozwiązanie numeryczne układu r. r. zwyczajnych (ODE) w *Mathematice* uzyskujemy za pomocą **NDSolve**, patrz strona WWW ćwiczeń.