ZADANIE 1.

Rozwiąż równanie:

$$\frac{dy}{dx} = e^x - y^2$$

z warunkiem początkowym $y(0) = y_0$. Narysuj wykres przedstawiający rozwiązanie dla kilku wartości y_0.

ZADANIE 2.

Rozwiąż równanie:

$$y'' + y = f(x)$$

ZADANIE 3.

Arystoteles twierdził, że ciało wyrzucone pod kątem porusza się po linii prostej aż do momentu utraty „pędu”, po czym spada pionowo w dół. Pokazać, rozwiązując równania ruchu w jednorodnym polu grawitacyjnym z dużym oporem powietrza, że są sytuacje dla których tor rzeczywiście wyglada bardzo podobnie do opisanego przez Arystotelesa.

ZADANIE 4.

Rozwiń model „rzutu” z wykładu:

a) dodaj zależność współczynnika oporu od wysokości

b) dodaj zależność przyspieszenia grawitacyjnego od współrzędnych

c*) dodaj siły Coriolisa

d*) dodaj efekt Magnusa

Przedstaw wyniki w postaci trajektorii 3-wymiarowych.

ZADANIE 5.

Rozwiąż równanie różniczkowe cząstkowe:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = u(x,t)$$

z warunkiem początkowym:

$$u(x,0) = \exp\left(-x^2\right)$$

Wskazówka: zastanów się i sprawdź w „Helpie” co dokładnie generuje DSolve!

ZADANIE 5.

Wyznacz kształt który przyjmie cienki pręt długości L o przekroju kołowym zamocowany z obu stron i poddany działaniu siły F. W tym celu:

a) Rozwiąż równanie pręta:

$$\frac{d^2\theta(l)}{dl^2} = \frac{F}{EI}$$

gdzie funkcja $\theta(l)$ wyznacza kąt odkształcenia pręta zgiętego w pewnej płaszczyźnie jako funkcję odległości od jego końca, a E, I to pewne stałe. Zakładamy, że pręt jest zamocowany tak, aby końce pręta były skierowane pod kątami $\theta(0) = \alpha$ i $\theta(L) = \beta$.

b) Wyznacz kształt pręta, opisany w postaci parametrycznej funkcjami $x(l), y(l)$ z równań:

$$\frac{dx(l)}{dl} = \sin\theta(l), \quad \frac{dy(l)}{dl} = \cos\theta(l)$$

gdzie $\theta(l)$ zostało wyliczone w podpunkcie (a).