ZADANIE 0.

Zbadaj rozwiązania równania:

$$x^3 - a\,x^2 - a\,x + a = 0$$

w zależności od parametru a. W szczególności:

1. Wykreśl wszystkie rzeczywiste pierwiastki jako funkcje a
2. Wykreśl pierwiastki zespolone jako krzywe na płaszczyźnie zespolonej w zależności od parametru a
3. Niech $r_1(a), r_2(a), r_3(a)$ będą rzeczywistymi rozwiązaniami równania. Znajdź wszystkie asymptoty funkcji r_i.
4. Znajdź pierwsze wyrazy rozwinięcia funkcji r_i w szereg potęgowy w otoczeniu $a = 0$. Sprawdź dokładność rozwinięcia porównując wykresy.

ZADANIE 1.

Oblicz część rzeczywistą, urojoną, moduł oraz fazę wyrażenia:

$$\frac{\left(\frac{1}{R} + i\omega C\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{R} + i\omega C\right)^{-1} + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + \left(\frac{1}{i\omega L} + i\omega C\right)^{-1}}$$

gdzie R, L, C jest rzeczywiste i większe od zera. Narysuj wykres zależności modułu od ω dla wybranych wartości R, L, C.

ZADANIE 2.

Mamy daną krzywą płaską w postaci zespolonej:

$$z = z(t) \equiv x(t) + i\,y(t).$$

Pokaż na przykładach za pomocą animacji, że pomnożenie prawej strony tego równania przez $e^{i\phi}$ powoduje obrót krzywej o kąt ϕ.

ZADANIE 3.

Oblicz całkę:

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i}\left(\int_a^{1-i} \Gamma(t)\;dt + \int_{1-i}^{1+i} \Gamma(t)\;dt + \int_{1+i}^{a} \Gamma(t)\;dt\right)$$

ZADANIE 4.

Sprawdź, czy poniższy wzór jest poprawny:

$$\int_{1-i}^{1+i} \Gamma(t)\;dt = \frac{i\pi}{2}$$