

Zadanie 1.

Podaj liczbę rzeczywistych rozwiązań układu równań:

$$\sin(x \sin y) = \cos(y \cos x)$$

$$\cos(x \sin y) = \sin(y \cos x)$$

w kwadracie $x = (-4\pi, 4\pi), y = (-4\pi, 4\pi)$. Oblicz sumę wszystkich pierwiastków w tym kwadracie.

Zadanie 2.

Ze strony:

http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/relief/ETOPO2/ETOPO2v2-2006/ETOPO2v2c/45_deg_squares/LSB/
pobierz macierz \mathcal{M} 1350×1350 z pliku dotyczącego współrzędnych Macierz jest zapisana jako ciąg liczb całkowitych. Dla tej macierzy należy obliczyć wyznacznik, ślad, iloczyn i sumę wszystkich wartości własnych, największy i najmniejszy element. Proszę to samo zrobić dla macierzy zdefiniowanej równaniem:

$$\mathcal{A}^2 e^{\mathcal{A}} = \mathcal{M}$$

Potraktuj macierz \mathcal{M} jako dane do stworzenia funkcji interpolującej H . Oblicz całki:

$$\int_X \max(0, H) dS, \quad \int_X \min(0, H) dS$$

oraz oblicz pole i obwód figury wyznaczonej równaniem $\log H = -\infty$. X to cały obszar określoności funkcji H .

Zadanie 3.

Dla jakich będących liczbami całkowitymi warunków początkowych określonych w punkcie $r = 1$ rozwiązanie równania różniczkowego będącego pierwszą składową wyrażenia:

$$\mathbf{H} = \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})$$

gdzie *pole molekularne* \mathbf{H} to:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} = & K_1 \nabla \operatorname{div} \mathbf{n} - \\ & K_2 \{(\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n}) \operatorname{rot} \mathbf{n} + \nabla \times [(\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n}) \mathbf{n}]\} + \\ & K_3 \{(\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n}) \times \operatorname{rot} \mathbf{n} + \nabla \times [\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})]\}\end{aligned}$$

natomiast wersor $n = [\sin f(r), 0, \cos f(r)]$, jest krzywą obejmującą najmniejsze pole dla $1 < r < 2$. Przyjąć $K_1 = 1$, $K_2 = \pi$, $K_3 = e$.