

## ZADANIE 1.

Niech rzeczywista kwadratowa macierz  $\mathcal{O}$  o wymiarze  $3 \times 3$  dana jest wyrażeniem:

$$\mathcal{O} = e^{\alpha A}$$

gdzie  $\alpha > 0$  i składowe macierzy  $A$  są równe ( $i, j = 1, 2, 3$ ):

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^3 \epsilon_{ijk} n^k,$$

wektor  $n$  ma składowe  $n^k$  równe:

$$n^1 = \cos \phi \sin \vartheta$$

$$n^2 = \sin \phi \sin \vartheta$$

$$n^3 = \cos \vartheta,$$

Należy podać składowe macierzy  $\mathcal{O}$  w następujących przypadkach:

1.  $\alpha = 0$
2.  $\vartheta = 0$
3.  $\vartheta = \pi/2, \phi = 0$
4.  $\vartheta = \pi/2, \phi = \pi/2$

a ponadto obliczyć w przypadku ogólnym (dla dowolnych rzeczywistych wartości  $\alpha, \vartheta$  i  $\phi$ ) wyznacznik, ślad, wielomian charakterystyczny oraz wartości własne.

## ZADANIE 2.

Funkcja rzeczywista  $F(t)$  jest zdefiniowana jako:

$$F(t) = \int_0^t e^{\frac{\sin x}{x}} dx - t.$$

Należy obliczyć:

1. granice w  $\pm\infty$
2. minimum i maksimum funkcji
3. miejsca zerowe
4. przybliżenie funkcji dla  $t \ll 1$

## ZADANIE 3.

Znajdź dwa największe rozwiązania równania:

$$y(x) = \exp x$$

gdzie  $y(x)$  jest rozwiązaniem równania różniczkowego:

$$y''' + y = \sin x$$

z warunkami początkowymi:

$$y(0) = 0, y'(0) = \frac{1}{2}, y''(0) = 0$$