ZADANIE 1.

Narysuj wykres funkcji $\omega = f(k)$ danej w postaci uwikłanej:

$$k^2 = \Pi(\omega, k)$$

gdzie:

$$\Pi(\omega, k) = \frac{4}{137\pi} \int_0^\infty \frac{p^2}{E} \left( \frac{\omega}{vk} \ln \frac{\omega + vk}{\omega - vk} - 1 - \frac{\omega^2 - k^2}{\omega^2 - v^2 k^2} \right) \left( \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} + \frac{1}{e^{(E+\mu)/T} + 1} \right) dp.$$

$v = p/E$, $E = \sqrt{p^2+1}$ dla $\omega, k > 0$. Wybierz dowolne wartości dla $\mu$ i $T$. Oblicz wartość $\omega_0 = f(0)$. Rozwiąż równanie $\omega_1 = f(\omega_1)$. Oblicz całkę:

$$\int_0^{\omega_1} \left[ \frac{f(k)}{\omega_0} \right]^9 dk$$

ZADANIE 2.

Rozwiąż równanie:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = e^x - y^2$$

z warunkiem początkowym $y(0) = y_0$. Narysuj wykres przedstawiający rozwiązanie dla kilku wartości $y_0$.

ZADANIE 3.

Rozwiąż równanie:

$$y'' + y = f(x)$$

ZADANIE 4.

Arystoteles twierdził, że ciało wyrzucone pod kątem porusza się po linii prostej aż do momentu utraty „pędu", po czym spada pionowo w dół. Pokazać, rozwiązując równania ruchu w jednorodnym polu grawitacyjnym z dużym oporem powietrza, że są sytuacje dla których tor rzeczywiście wyglada bardzo podobnie do opisanego przez Arystotelesa.

*Wskazówka:* Równanie ruchu z oporem powietrza ma postać:

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = m\,\mathbf{g} - k\,\frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

gdzie $m$-masa, $k$-wsp. oporu pow., **g**- przysp. ziemskie.