

Zadania bardzo podobne do tych które pojawią się na kolokwium zaliczeniowym.

Zadanie 1.

Rozważmy równanie różniczkowe zwyczajne:

$$x'' + x' = \sin^3 x$$

z warunkami początkowymi:

$$x(0) = 0, x'(0) = a$$

gdzie  $0 < a < 2$ .

Dla jakiej wartości  $a$  pierwsze miejsce zerowe  $x_0$  funkcji  $x(t)$  będącej rozwiązaniem powyższego równania różniczkowego położone jest najdalej od punktu 0?

Zadanie 2.

Rozwiąż równanie:

$$\int_0^{\pi a} \sin^4 ax \, dx = \int_0^{\pi a} \cos^4 ay \, dy$$

dla rzeczywistego  $|a| \leq 2$ .

Zadanie 3.

Znajdź rozwiązanie równania różniczkowego zwyczajnego:

$$y^{(4)} + y^{(2)} + y(x) = 1$$

przechodzące przez punkty  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$  i  $(2, 0)$ .

Zadanie 4.

Dana jest macierz kwadratowa  $\mathcal{A}$  o elementach

$$A_{i,j} = (i - xj)^5$$

gdzie  $i, j = 1, 2 \dots 6$ .

Znajdź rzeczywiste rozwiązania równania:

$$\text{Tr}(\mathcal{A})\text{Det}(\mathcal{A}^{-1}) = x$$

Zadanie 5.

Znajdź rzeczywiste rozwiązania równania:

$$|x|^x = \exp(\pm x)$$

Zadanie 6.

Rozwiąż układ równań:

$$4x^2 - 9xy + 4y^2 = 0$$

$$3(x - e^{-x^2})^2 - 8(x - 1)(y - 1) + 3(y - 1)^2 = 0$$

Zadanie 7.

Oblicz całkę oznaczoną:

$$\int_0^{\infty} f(t) \, dt$$

z funkcji  $f$  która jest rozwiązaniem równania różniczkowego:

$$y'' + y = e^{-ax}$$

gdzie  $a > 0$ .