

Zestaw Zadań nr. 1

Zadanie 1.

a) Obliczyć całki nieoznaczone:

1. $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})} dx$
2. $\int \frac{x}{1+x^4} dx$
3. $\int \frac{x^2}{(\cos(x^3))^2} dx$
4. $\int \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$
5. $\int e^x \sin 2x dx$
6. $\int \frac{4x^2+4x-11}{(2x-1)(2x+3)(2x-5)} dx$
7. $\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}} dx$
8. $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$
9. $\int \frac{1}{\sin x \cos 2x} dx$

b) Obliczyć całki oznaczone:

1. $\int_0^1 \frac{x-1}{\ln(|x|)} dx$
2. $\int_{-1/2\pi}^{1/2\pi} (1 + \sin^2 \phi)^{-1} d\phi$

$$3. \int_{-1/4\pi}^{1/4\pi} (1 - \tan^2 \theta)^{3/2} d\theta$$

$$4. \int_{-1}^3 \sqrt{x^2 + 2x + 10} dx$$

$$5. \int_0^\infty e^{-x^2} dx$$

$$6. \int_0^a \frac{r^3}{\sqrt{a^2-r^2}} dr$$

$$7. \int_0^\infty \frac{x^2}{x^4+13x^2+36} dx$$

$$8. \int_0^\infty \frac{x \sin(x)}{(1+x^2)^2} dx$$

$$9. \int_1^2 \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

c) Obliczyć sumę:

1. $\sum_{n=1}^\infty n^{-1} + \frac{i}{n^2}$
2. $\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n(n+1)} + \frac{i}{2^n}$
3. $\sum_{n=1}^\infty \frac{(1+i)^n}{n!}$

d) Rozwiązać równania:

1. $z^3 = 27z + 27$
2. $z^3 - 3z^2 + 3 = 0$

$$3. z^3 - (3-3i)z + 1+2i = 0$$

$$4. x^4 + 4x^3 + x - 1/2 = 0$$

$$5. x^3 - \frac{3}{4}x + 1/8 = 0$$

Zadanie 2.

a) Znajdź liczbę rzeczywistych rozwiązań układu równań:

$$\begin{aligned} x^n + y^n &= a^n \\ x^2 + y^2 &= R^2 \end{aligned}$$

gdzie n to liczba naturalna oraz $a > 0$.

b) Rozwiąż układ dla kilku wybranych wartości n , a i R .

Zadanie 3.

a) Znajdź liczbę rozwiązań układu:

$$\begin{aligned} \cos 2x + \cos 2y &= 1 \\ |\max(x, y)| + \max(|x|, |y|) &= 40 \end{aligned}$$

b*) Rozwiąż ten układ równań.