

Zadanie 1.

Znaleźć energię (zerową składową) fotonu poruszającego się w kierunku osi y w układzie poruszającym się z prędkością v w kierunku osi z . Czteropęd fotonu Q transformuje się zgodnie z:

$$Q' = LQ$$

gdzie:

$$Q = [E \quad n_x E \quad n_y E \quad n_z E]^T$$

\mathbf{n} – wersor określający kierunek ruchu fotonu, E – jego energia, a macierz transformacji Lorentza do układu poruszającego się z prędkością \mathbf{v} to:

$$L = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta_x & -\gamma\beta_y & -\gamma\beta_z \\ -\gamma\beta_x & 1 + (\gamma - 1)\frac{\beta_x^2}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_x\beta_y}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_x\beta_z}{\beta^2} \\ -\gamma\beta_y & (\gamma - 1)\frac{\beta_x\beta_y}{\beta^2} & 1 + (\gamma - 1)\frac{\beta_y^2}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_y\beta_z}{\beta^2} \\ -\gamma\beta_z & (\gamma - 1)\frac{\beta_x\beta_z}{\beta^2} & (\gamma - 1)\frac{\beta_y\beta_z}{\beta^2} & 1 + (\gamma - 1)\frac{\beta_z^2}{\beta^2} \end{bmatrix}$$

$\beta_x = v_x/c$, $\beta_y = v_y/c$, $\beta_z = v_z/c$ (c – prędkość światła):

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$$

$$\beta^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2;$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Zadanie 2.

Oblicz jak eksponenta operatora różniczkowania funkcji jednej zmiennej:

$$e^{\frac{d}{dx}}$$

działa na funkcję $\sin x$

Wskazówka: Wyrażenie powyżej należy rozumieć jako:

$$e^{\frac{d}{dx}} [\sin x] \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n \sin x}{dx^n}$$

Zadanie 3.

Rozważmy hipotetyczny problem wymagający szybkiego napisania w języku C lub Fortran funkcji obliczającej wartość rozwiązania równania różniczkowego zwyczajnego:

$$y''' + y(x) = 1 + \sqrt{t^3}$$

w przedziale $(0, 1)$ z warunkami brzegowymi

$$y(0) = 0, y'(1/2) = 0, y(1) = 0$$

Wymagana jest dokładność 10^{-6} .

Zadanie 4.

Jak wyżej, ale dla rozwiązania równania algebraicznego:

$$\sin a \cos x = \cos a \sin x$$

w przedziale $x = (0, \pi/4)$ i $a = (\pi/2, 3\pi/2)$.