

ZADANIE 1.

Narysuj wykres funkcji $y = f(x)$ danej w postaci uwikłanej:

$$\text{a) } y = 1 \quad \text{b) } y^2 = 1 + \frac{3x^2}{20y^2} \quad \text{c) } y^2 = 12 \left(\frac{y}{x} \ln \frac{y+x/2}{y-x/2} - 1 \right)$$

Oblicz wartość $y_0 = f(0)$. Rozwiąż równanie $y_1 = f(y_1)$. Oblicz całkę:

$$\int_0^{y_1} \left[\frac{f(x)}{y_0} \right]^9 dx$$

ZADANIE 2.

Rozwiąż równanie:

$$\frac{dy}{dx} = e^x - y^2$$

z warunkiem początkowym $y(0) = y_0$. Narysuj wykres przedstawiający rozwiązanie dla kilku wartości y_0 .

ZADANIE 3.

Rozwiąż równanie:

$$y'' + y = f(x)$$

ZADANIE 4.

Arystoteles twierdził, że ciało wyrzucone pod kątem porusza się po linii prostej aż do momentu utraty „pędu”, po czym spada pionowo w dół. Pokazać, rozwiązując równania ruchu w jednorodnym polu grawitacyjnym z dużym oporem powietrza, że są sytuacje dla których tor rzeczywiście wygląda bardzo podobnie do opisanego przez Arystotelesa.

Wskazówka: Równanie ruchu z oporem powietrza ma postać:

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = m \mathbf{g} - k \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

gdzie m -masa, k -wsp. oporu pow., \mathbf{g} - przysp. ziemskie.