

ZADANIE 1.

Zbadaj rozwiązania równania:

$$x^3 - a x^2 - a x + a = 0$$

w zależności od parametru a . W szczególności:

1. Wykreśl wszystkie rzeczywiste pierwiastki jako funkcje a
2. Wykreśl pierwiastki zespolone jako krzywe na płaszczyźnie zespolonej w zależności od parametru a
3. Niech $r_1(a), r_2(a), r_3(a)$ będą rzeczywistymi rozwiązaniami równania. Znajdź wszystkie asymptoty funkcji r_i .
4. Znajdź pierwsze wyrazy rozwinięcia funkcji r_i w szereg potęgowy w otoczeniu $a = 0$. Sprawdź dokładność rozwinięcia porównując wykresy.

ZADANIE 2.

Rozwiąż równanie:

$$\frac{1}{x} \int_0^x \sin t^2 dt = \frac{1}{\pi^2} + e^{-x^2/4}$$

ZADANIE 3.

Zbadaj przebieg funkcji:

$$f(t) = \int_{-\infty}^t (|x|^x - 1) e^{-x^2} dx$$

ZADANIE 4.

Rozwiąż równanie w zależności od parametru a :

$$e^{ax} = x^2$$

Narysuj wykres pokazujący jak rozwiązanie(a) powyższego równania zależy(a) od a .

ZADANIE 5**.

Sprawdź, czy dla funkcji:

$$f(x, t) = \left[1 + \exp\left(\frac{2x - t}{4\epsilon}\right) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\epsilon t}}\right)}{\operatorname{erfc}\left(\frac{t-x}{\sqrt{4\epsilon t}}\right)} \right]^{-1}$$

zachodzi dla $t > 0$:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} f(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ x/t & \text{dla } 0 < x < t \\ 1 & \text{dla } x > t \end{cases}$$