Zadanie 1.

2-wymiarowe równanie Burgersa, modelujące przepływ płynu z prędkością $\mathbf{u}$ i lepkoscią ϵ:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla\mathbf{u} = \epsilon\ \Delta\mathbf{u} \tag{1}$$

gdzie $\mathbf{u} = (u_x(x, y, t), u_y(x, y, t))$ – pole wektora prędkości, za pomocą transformacji Cole-Hopf'a:

$$\mathbf{u} = -2\epsilon\ \nabla \ln \chi(x, y, t)$$

sprowadza się do liniowego równania rozchodzenia się ciepła. Celem zadania jest przedstawienie zbioru nietrywialnych (nie dających się sprowadzić do 1 wymiaru) rozwiązań równania (1) dla $\epsilon \to 0$ i wybranych nieciągłych warunków początkowych. W szczególności należy zbadać jak zachowują się rozwiązania dla których w chwili $t = 0$ pole prędkości rotuje np:

$$\mathbf{u}\Big|_{t=0} = \begin{cases} (-\Omega\, y, \Omega\, x,) \quad \text{dla} \quad x^2 + y^2 > R^2 \\ 0 \quad \text{dla} \quad x^2 + y^2 < R^2 \end{cases}$$

oraz posiadających w chwili $t = 0$ symetrię „wielokątną":

$$\mathbf{u}\Big(r, \phi, t = 0\Big) = \mathbf{u}\Big(r, \phi + \frac{2\pi}{n}\Big)$$

we współrzędnych biegunowych, gdzie $n = 3, 4, 5, 6 \ldots$.

~~Zadanie~~2. Zaliczone 18.11.2008

Celem zadania jest napisanie programu dokonującego wizualizacji lini sił zadanego pola wektorowego w dwóch i trzech wymiarach oraz zademonstrowanie działania na wybranych przykładach np. pola magnetycznego pochodzącego of wielokątnej ramki z prądem elektrycznym itp. Program powinien działać adaptywnie, bez dużej ingerencji użytkownika dobierając automatycznie gęstość lini sił pola, ewentualne kolory itp.
UWAGA! *Wizualizacja za pomocą „strzałek" jest wykluczona!*

Zadanie 3.

Równanie:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial F[u(x,t)]}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

gdzie funkcja F jest zadana z góry, posiada rozwiązanie szczególne postaci

$$u(x,t) = h\left(\frac{Ax + B}{Ct + D}\right) \tag{3}$$

gdzie h jest funkcją odwrotną do pochodnej funkcji F:

$$h(F'(x)) = x$$

Celem jest znalezienie przybliżonego rozwiązania zagadnienia poczatkowego równania (2) w postaci posklejanych funkcji (3).

Zadanie 4.

Celem zadania jest wygenerowanie:

a) listy zawierającej optymalny (z punktu widzenia jak najmniejszej ilości mnożeń wymaganej w celu uzyskania rezultatu) rozkład naturalnej potęgi a^n dodatniej rzeczywistej liczby a, np:

$$a^{15} = a^3 \times \left[(a^3)^2\right]^2 .$$

Przykładowa liczba a^{15} może być obliczona w wyżej podany sposób poprzez 5 operacji mnożenia.

b) jak wyżej, ale dla wyrażenia:

$$a^n b^m$$

gdzie $a, b > 0$ i m, n są liczbami naturalnymi.

c) jak w punkcie b) ale dla wyrażenia:

$$\frac{a^n}{b^m}$$