Zadanie 1.

Rozwiąż równanie:

$$\frac{dy}{dx} = e^x - y^2$$

z warunkiem początkowym $y(0) = y_0$. Narysuj wykres przedstawiający rozwiązanie dla kilku wartości y_0.

Zadanie 2.

Rozwiąż równanie:

$$y'' + y = f(x)$$

Zadanie 3.

Arystoteles twierdził, że ciało wyrzucone pod kątem porusza się po linii prostej aż do momentu utraty „pędu", po czym spada pionowo w dół. Pokazać, rozwiązując równania ruchu w jednorodnym polu grawitacyjnym z dużym oporem powietrza, że są sytuacje dla których tor rzeczywiście wyglada bardzo podobnie do opisanego przez Arystotelesa.

Wskazówka: Równanie ruchu z oporem powietrza ma postać:

$$m\,\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = m\,\mathbf{g} - k\,\frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

gdzie m-masa, k-wsp. oporu pow., **g**- przysp. ziemskie.
Proszę nie zapomnieć, że **x** jest wektorem i należy rozważać *układ równań różniczkowych* .

Zadanie 4.

Wyznacz kształt który przyjmie cienki pręt długości L o przekroju kołowym zamocowany z obu stron i poddany działaniu siły F. W tym celu:

a)
Rozwiąż równanie pręta:

$$\frac{d^2\theta(l)}{dl^2} = \frac{F}{EI}$$

gdzie funkcja $\theta(l)$ wyznacza kąt odkształcenia pręta zgiętego w pewnej płaszczyźnie jako funkcję odległości od jego końca, a E, I to pewne stałe. Zakładamy, że pręt jest zamocowany tak, aby końce pręta były skierowane pod kątami $\theta(0) = \alpha$ i $\theta(L) = \beta$.

b)
Wyznacz kształt pręta, opisany w postaci parametrycznej funkcjami $x(l), y(l)$ z równań:

$$\frac{dx(l)}{dl} = \sin\theta(l), \qquad \frac{dy(l)}{dl} = \cos\theta(l)$$

gdzie $\theta(l)$ zostało wyliczone w podpunkcie (a).

A. Odrzywołek odrzywolek@th.if.uj.edu.pl http://ribes.if.uj.edu.pl/alsymb/