Zadanie 1.

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I \\ I_3 + I_4 &= I_1 + I_2 \\ I_1 - I_5 &= I_3 \\ I_2 + I_5 &= I_4 \\ RI_5 + R_1 I_1 &= R_2 I_2 \\ R_2 I_3 - RI_5 &= R_1 I_4 \\ R_1 I_1 + R_2 I_3 &= U \end{aligned}$$

z niewiadomymi $I, I_1 \ldots I_5$ oraz parametrami R, R_1, R_2, U.

Oblicz stosunek $R_z = U/I$ wynikający z rozwiązania powyższego układu równań w następujących przypadkach:

dowolne R, R_1, R_2, $\quad R \to 0$,

$R \to \infty$, $\quad R_1 = R_2$.

Zadanie 2.

Dana jest macierz kwadratowa $\mathcal{A}$ o elementach

$$A_{i,j} = (i - xj)^5$$

gdzie $i, j = 1, 2 \ldots 6$.

Znajdź rzeczywiste rozwiązania równania:

$$\mathrm{Tr}(\mathcal{A})\mathrm{Det}(\mathcal{A}^{-1}) = x$$

Zadanie 3.

Rozwiązać równanie macierzowe:

$$\mathcal{A} \cdot \mathcal{B} + \mathcal{A} = \mathcal{B}^2 - \mathcal{I}$$

gdzie:

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a $\mathcal{I}$ to macierz jednostkowa.

Zadanie 4.

Dla macierzy $\mathcal{A}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & \sqrt{3} & 2 & \sqrt{5} \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} & 2 & \sqrt{5} & \sqrt{6} \\ \sqrt{3} & 2 & \sqrt{5} & \sqrt{6} & \sqrt{7} \\ 2 & \sqrt{5} & \sqrt{6} & \sqrt{7} & 2\sqrt{2} \\ \sqrt{5} & \sqrt{6} & \sqrt{7} & 2\sqrt{2} & 3 \end{bmatrix}$$

obliczyć wyznacznik, ślad, macierz odwrotną, wartości własne i wektory własne. Dokonać dekompozycji macierzy do postaci

$$\mathcal{A} = \mathcal{U}^{-1}\mathcal{J}\mathcal{U},$$

gdzie diagonalna macierz $\mathcal{J}$ zawiera na przekątnej wartości własne macierzy $\mathcal{A}$.